

**DISEÑO Y MODELADO DE UN MANIPULADOR
SERIAL REDUNDANTE DE SIETE GRADOS DE
LIBERTAD, APTO PARA EFECTUAR UNA
INTERACCIÓN FÍSICA SEGURA ENTRE HUMANO Y
ROBOT**

FELIPE ARTURO BEDOYA CASTRO

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA
PREGRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA
PEREIRA**

2019

**DISEÑO Y MODELADO DE UN MANIPULADOR
SERIAL REDUNDANTE DE SIETE GRADOS DE
LIBERTAD, APTO PARA EFECTUAR UNA
INTERACCIÓN FÍSICA SEGURA ENTRE HUMANO Y
ROBOT**

**FELIPE ARTURO BEDOYA CASTRO
CÓDIGO: 1088341290**

Trabajo de grado para optar al Título de Ingeniero Mecánico

**Director:
CARLOS ANDRÉS MESA MONTOYA
M Sc**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA
PREGRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA
PERIERA
2019**

NOTA DE ACEPTACIÓN

Firma del Calificador

Pereira, 29 de marzo de 2019

DEDICATORIA

Dedicado a mis padres: Jorge E. Bedoya O. y Fanny Castro Mora, quienes me han apoyado durante toda la carrera y me han impulsado a hacer siempre lo mejor que pueda.

A mis amigos Andrés Felipe Chica y Daniel L. Ramírez quienes me han acompañado durante todo o gran parte de este viaje.

A los integrantes del grupo de investigación ProMa&DiMa con la esperanza de que les sea útil de alguna manera.

Y por último a todo lector interesado en este proyecto.

Índice

1. INTRODUCCIÓN	12
1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	12
1.2. JUSTIFICACIÓN	13
1.3. OBJETIVOS	14
1.3.1. OBJETIVO GENERAL	14
1.3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	14
1.4. ESTRUCTURA DEL PROYECTO DE GRADO	14
2. MORFOLOGÍA	16
2.1. INTRODUCCIÓN	16
2.2. ANÁLISIS PRELIMINAR DE MANIPULADORES EXISTENTES .	16
2.3. SELECCIÓN DE LAS LONGITUDES CLAVE	19
2.4. SELECCIÓN DE LOS MARCOS DE REFERENCIA Y DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS DE DENAVIT-HARTENBERG .	20
3. ANÁLISIS CINEMÁTICO	23
3.1. INTRODUCCIÓN	23
3.2. CINEMÁTICA DIRECTA	23
3.3. CINEMÁTICA INVERSA	27
3.3.1. VARIABLES DE ENTRADA	27
3.3.2. TERMINOS CONSTANTES	29
3.3.3. ROTACIÓN ALREDEDOR DEL EJE H-M	30
3.3.4. JUNTAS DEL HOMBRO	32
3.3.5. JUNTAS DE LA MUÑECA	33

4. DISEÑO Y MODELADO	34
4.1. INTRODUCCIÓN	34
4.2. BOCETOS PRELIMINARES	34
4.3. ARTICULACIÓN 1	35
4.4. ARTICULACIÓN 2	36
4.5. ARTICULACIÓN 3	38
4.6. ARTICULACIÓN 4	40
4.7. ARTICULACIÓN 5	41
4.8. ARTICULACIÓN 6	42
4.9. ARTICULACIÓN 7	43
4.10. ANÁLISIS DE FUERZAS ESTÁTICAS	44
5. SIMULACIONES	48
5.1. INTRODUCCIÓN	48
5.2. VALIDACIÓN DE LA CINEMÁTICA DIRECTA	48
5.2.1. TRATAMIENTO DE LOS DATOS EXTRAÍDOS	48
5.2.2. TRAYECTORIAS	50
5.2.3. ERROR	52
5.3. VALIDACIÓN DE LA CINEMÁTICA INVERSA	56
5.3.1. TRAYECTORIAS	56
5.3.2. ERROR	58
6. CONCLUSIONES, APORTES Y RECOMENDACIONES	60
6.1. CONCLUSIONES	60
6.2. APORTES	60
6.3. RECOMENDACIONES	61

BIBLIOGRAFÍA**62**

Índice de figuras

Figura 1.	Torobo arm y especificaciones.	17
Figura 2.	Single-arm YuMi y especificaciones.	17
Figura 3.	LBR iiwa 7-R800 y especificaciones.	18
Figura 4.	Datos KUKA iiwa 7-R800.	19
Figura 5.	Modelo cinemático del nuevo manipulador.	21
Figura 6.	Configuración equivalente.	21
Figura 7.	Modelo Simplificado del manipulador.	22
Figura 8.	Representación de la definición del ángulo del brazo.	28
Figura 9.	Diagrama de los eslabones 2 y 3 cuando $q_3 = 0$	31
Figura 10.	Boceto Preliminar de la Articulación 1.	34
Figura 11.	Boceto Preliminar de la Articulación 2	34
Figura 12.	Boceto Preliminar de la Articulación 3	34
Figura 13.	Boceto Preliminar de la Articulación 4	34
Figura 14.	Corte del ensamble de la Articulación 1 con sus principales componentes señalados	35
Figura 15.	Corte del ensamble de la Articulación 2 con sus principales componentes señalados.	37
Figura 16.	Corte del ensamble de la Articulación 3 con sus principales componentes señalados.	39
Figura 17.	Corte del ensamble de la Articulación 4 con sus principales componentes señalados.	40
Figura 18.	Corte del ensamble de la Articulación 5 con sus principales componentes señalados.	41
Figura 19.	Corte del ensamble de la Articulación 6 con sus principales componentes señalados.	42

Figura 20. Corte del ensamble de la Articulación 7 con sus principales componentes señalados.	43
Figura 21. Diagrama de la posición más crítica del manipulado incluyendo las fuerzas más relevantes y sus puntos de aplicación.	44
Figura 22. Datos en bruto para uno de los ángulos en la primera simulación	49
Figura 23. Derivada numérica de uno de los ángulos en la primera simulación	49
Figura 24. Curva final de uno de los ángulos en la primera simulación	50
Figura 25. Posición inicial del manipulador	51
Figura 26. Posición final del manipulador	51
Figura 27. Posición inicial del manipulador	51
Figura 28. Posición final del manipulador	51
Figura 29. Posición inicial del manipulador	52
Figura 30. Posición final del manipulador	52
Figura 31. Error absoluto de la trayectoria del punto P en el eje Z durante la simulación Vertical	53
Figura 32. Error absoluto de la trayectoria del punto P en el eje X durante la simulación Horizontal	53
Figura 33. Error absoluto de la trayectoria del punto P en el eje X durante la simulación Recolección y Colocación	54
Figura 34. Error absoluto de la trayectoria del punto P en el eje Y durante la simulación Recolección y Colocación	55
Figura 35. Error absoluto de la trayectoria del punto P en el eje Z durante la simulación Recolección y Colocación	55
Figura 36. Posición Inicial De La Simulación Inversa Vertical	57
Figura 37. Posición Final De La Simulación Inversa Vertical	57

Figura 38. Posición Inicial De La Simulación Inversa Horizontal	57
Figura 39. Posición Final De La Simulación Inversa Horizontal	57
Figura 40. Posición Inicial De La Simulación Inversa de Recolección y Colocación	57
Figura 41. Posición Inicial De La Simulación Inversa de Recolección y Colocación	57
Figura 42. Error absoluto en la simulación Vertical	58
Figura 43. Error absoluto en la simulación Horizontal	59
Figura 44. Error absoluto en el eje X en la simulación Recolección y Colocación	59
Figura 45. Error absoluto en el eje Y en la simulación Recolección y Colocación	59
Figura 46. Error absoluto en el eje Z en la simulación Recolección y Co- locación	59

Índice de tablas

Tabla 1.	Dimensiones escaladas del iiwa 7-R800 en mm	19
Tabla 2.	Parámetros de Denavit-Hartenberg	22

1. INTRODUCCIÓN

A nivel global la industria de la robótica se encuentra en la búsqueda de cambiar los procesos de manufactura tradicional, pasando del tradicional entorno de la producción en línea, donde los manipuladores realizan tareas programadas de manera rígida y secuencial, a un entorno donde las personas y los manipuladores trabajen de forma colaborativa, donde exista comunicación bilateral durante el desarrollo de las tareas asignadas en el proceso productivo; esta flexibilidad busca aumentar la calidad de la manufactura, disminuir tiempos muertos producidos por arranques del proceso, reubicación del manipulador y adecuación del montaje cada vez que se desempeña una tarea diferente, evasión de obstáculos imprevistos durante el desarrollo de la misma, todas estas son actividades que los manipuladores no se encuentran en capacidad de desarrollar de forma autónoma (hasta el momento). El primer desafío para cumplir con estas expectativas es tener un manipulador que pueda interactuar de manera segura con una persona y pueda tomar diferentes posturas morfológicas para una posición determinada; son entonces los manipuladores seriales con actuadores redundantes los más adecuados para este tipo de trabajo, de hecho, las cualidades excepcionales de este tipo de manipuladores los ha hecho muy populares, tanto así que han migrado del entorno industrial al doméstico, desempeñando roles como asistentes en los quirófanos y de ayudantes a pacientes postrados en cama y ancianos [1].

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Según Deloitte [2], la automatización en Colombia será una parte importante de la industria para el 2020, lo que propone un reto frente a las instituciones de educación superior, pues son éstas las que deben afrontar el desafío de capacitar y generar en los técnicos, tecnólogos e ingenieros las competencias necesarias para encargarse de la administración, logística, programación y mantenimiento de los diferentes sistemas y componentes utilizados en los procesos de automatización, donde los manipuladores seriales cuentan con un papel protagónico. Sin embargo, los manipuladores convencionales ya no satisfacen las demandas de la industria, en la conferencia de la Federación Internacional de Robótica [3] se habla de los retos que enfrenta la automatización actualmente: mayor complejidad e impredecibilidad, para los cuales la mejor solución son los manipuladores colaborativos, que se cree dominarán el panorama en la industria 4.0.

Los manipuladores seriales con actuadores redundantes surgen de la necesidad de alcanzar una misma orientación en la herramienta terminal para diferentes trayectorias del manipulador. Esta condición morfológica permite un menor número de singularidades en su espacio de trabajo y los convierte en los preferidos para utilizar en entornos colaborativos. Actualmente existen varios tipos de manipuladores en la facultad de ingeniería mecánica de la UTP: tres manipuladores seriales y tres paralelos, los cuales cumplen su propósito fundamental de interactuar dentro de su espacio de trabajo de diseño limitado e inherente a su morfología, esto los hace manipuladores rígidos, los cuales constituyen una colección respetable de manipuladores para la enseñanza. Sin embargo, ninguna de las configuraciones disponibles cuenta con una morfología sobreactuada que permita la evasión de obstáculos sin la interrupción de la trayectoria planeada para la herramienta terminal ni el gran número de acercamientos que la herramienta terminal puede tener si se requiere una orientación poco convencional en un punto del espacio de trabajo.

1.2. JUSTIFICACIÓN

De acuerdo a la información expuesta anteriormente se hace necesario el diseño y modelado de un manipulador serial de siete grados de libertad de naturaleza redundante con el fin de que la Universidad Tecnológica de Pereira inicie con los estudios preliminares de este tipo de morfologías, permitiendo cumplir con los requerimientos de la industria contemporánea y la capacidad de brindar a sus estudiantes capacitación y formación respecto a estos temas.

En este proyecto se desarrollará el diseño de un manipulador serial con actuadores redundantes que permita evaluar diferentes posiciones y posturas morfológicas necesarias en las nuevas tareas demandadas dentro de las líneas de producción actuales. La finalidad de su diseño estará enfocada a la educación de jóvenes ingenieros en el manejo de esta clase de manipulador y abrirá la posibilidad de hacer investigaciones en cuanto a la implementación de algoritmos y arquitecturas de control no exploradas anteriormente en la institución, enfocadas a este tipo de configuraciones, todo esto con el propósito de obtener un prototipo que en el futuro pueda ser utilizado en un entorno colaborativo Robot-Humano.

1.3. OBJETIVOS

1.3.1. OBJETIVO GENERAL

Diseñar y modelar un manipulador serial redundante de siete grados de libertad, apto para efectuar una interacción física segura entre Humano y Robot.

1.3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Definir la estructura morfológica del manipulador serial, teniendo en cuenta su propósito, finalidad y aplicación dentro del espacio de trabajo cartesiano.
2. Desarrollar el modelo cinemático directo e inverso para el manipulador, que permita obtener las posiciones de los pares cinemáticos y las posturas de los eslabones móviles.
3. Obtener un prototipo virtual y los planos de detalle del manipulador serial redundante de siete grados de libertad, de acuerdo con la morfología seleccionada y los aspectos técnicos de su posterior construcción.
4. Validar el prototipo virtual por medio de la comparación cinemática de trayectorias, mediante pruebas de movimiento requeridas en las actividades colaborativas hombre-robot.

1.4. ESTRUCTURA DEL PROYECTO DE GRADO

En el Capítulo 1 se seleccionará la morfología del manipulador serial. En la primera parte se presentan manipuladores redundantes existentes y se discuten las capacidades y cualidades que estos poseen con el fin de establecer los requerimientos funcionales del manipulador a diseñar. Posteriormente se definen los parámetros de construcción del manipulador y sus posibles parámetros de trabajo. Los resultados de ésta etapa dan por terminado el objetivo específico número uno.

Los estudios cinemáticos se presentan en el Capítulo 2, de acuerdo a lo planteado en el objetivo específico número dos, el análisis cinemático directo e inverso se presentan de acuerdo a la geometría y estructura del manipulador los cuales permiten determinar la posición del punto final del manipulador y los ángulos de las articulaciones respectivamente.

Los detalles del diseño y modelado del manipulador son expuestas en el Capítulo 3, en él se encuentran los razonamientos que llevaron a el aspecto interior y exterior de las partes del manipulador así como los sistemas de sujeción y transmisión de potencia, esto completa a cabalidad los retos impuestos por el objetivo específico número tres.

Con el fin de validar los estudios cinemáticos realizados en el Capítulo 2 se llevan a cabo una serie de simulaciones utilizando el modelo desarrollado en el Capítulo 3, la trayectoria usada para validar la cinemática directa fue una trayectoria típica de recolección y deposición de un objeto, la cual también fue usada para validar la cinemática inversa además de una simulación que muestra como el manipulador puede mantener la herramienta final en la misma posición usando diferentes orientaciones de sus articulaciones, la validación mencionada se encuentra en el Capítulo 4 y da solución al objetivo específico número cuatro.

2. MORFOLOGÍA

2.1. INTRODUCCIÓN

En el Capítulo 1 se seleccionará la morfología del manipulador serial. En la primera parte se presentan manipuladores redundantes existentes y se discuten las capacidades y cualidades que estos poseen con el fin de establecer los requerimientos funcionales del manipulador a diseñar. Posteriormente se definen los parámetros de construcción del manipulador y sus posibles parámetros de trabajo. Los resultados de ésta etapa dan por terminado el objetivo específico número uno.

2.2. ANÁLISIS PRELIMINAR DE MANIPULADORES EXISTENTES

Actualmente en el mercado existen diferentes opciones para adquirir un manipulador serial con siete grados de libertad, para propósitos de análisis de posibles morfologías se han escogido tres manipuladores fabricados por expertos en la materia:

- El Torobo arm fabricado por Tokyo Robotics,
- El IRB 14050 ó Single-arm YuMi fabricado por ABB y finalmente
- El LBR iiwa 7-R800 fabricado por KUKA

A continuación se presentan aspectos constructivos de estos tres manipuladores así como ilustraciones de los mismos para determinar su posible imitabilidad. Haciendo uso de las figuras 1, 2 y 3 se puede comenzar un análisis de las morfologías de estos manipuladores. Como primer factor de decisión se examina la morfología presente en cada uno de los prospectos, haciendo una breve inspección se puede ver como los tres manipuladores presentan un conjunto compuesto por 7 juntas rotativas en una disposición conocida como manipulador DLR [7], por tanto que la morfología no va a tener un rol determinante en la selección del modelo. Acto seguido se observa el rango en el que pueden moverse las articulaciones, se puede ver que los rangos que poseen las articulaciones del iiwa 7-R800 son superiores a las de sus contendientes, seguido por el Toboro arm y en último lugar tenemos al Single-arm YuMi. El siguiente factor a considerar es el alcance total del manipulador, el iiwa 7-R800 tiene el alcance más largo con 800 mm, seguido por el Toboro arm con 600 mm y en último

Figura 1: Torobo arm y especificaciones.



Fuente: Adaptado de [4]

SPECIFICATIONS

Torobo Arm		
Degrees of freedom		7
Reach		600 mm
Weight		19 kg
Payload		6 kg
Rotation range	Joint 1	+/-170 degree
	Joint 2	+/-110 degree
	Joint 3	+/-165 degree
	Joint 4	+/-125 degree
	Joint 5	+/-165 degree
	Joint 6	+/-120 degree
	Joint 7	+/-170 degree

Figura 2: Single-arm YuMi y especificaciones.



Fuente: Adaptado de [5]

Movement		
Axis movement	Working range	Maximum speed
Axis 1 rotation	-168.5° to 168.5°	180°/s
Axis 2 arm	-143.5° to 43.5°	180°/s
Axis 3 arm	-123.5° to 80.0°	180°/s
Axis 4 wrist	-290.0° to 290.0°	400°/s
Axis 5 bend	-88.0° to 138.0°	400°/s
Axis 6 turn	-229.0° to 229.0°	400°/s
Axis 7 rotation	-168.5° to 168.5°	180°/s

Figura 3: LBR iiwa 7-R800 y especificaciones.



Axis data

Range of motion	
A1	$\pm 170^\circ$
A2	$\pm 120^\circ$
A3	$\pm 170^\circ$
A4	$\pm 120^\circ$
A5	$\pm 170^\circ$
A6	$\pm 120^\circ$
A7	$\pm 175^\circ$
Speed with rated payload	
A1	98 °/s
A2	98 °/s
A3	100 °/s
A4	130 °/s
A5	140 °/s
A6	180 °/s
A7	180 °/s

Basic data

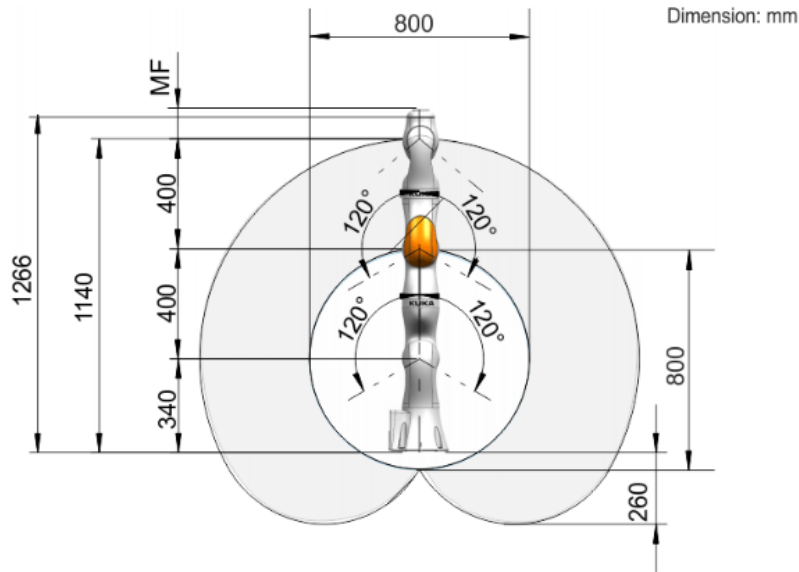
LBR iiwa 7 R800	
Number of axes	7
Number of controlled axes	7
Volume of working envelope	1.7 m ³
Pose repeatability (ISO 9283)	± 0.1 mm
Weight	approx. 23.9 kg
Rated payload	7 kg
Maximum reach	800 mm
Protection rating	IP54
Protection rating, in-line wrist	IP54

Fuente: Adaptado de [6]

lugar se encuentra el Single-arm YuMi con 559 mm; el alcance es un factor crucial para determinar los tipos de aplicación en los cuales se puede utilizar. Por último se considera la factibilidad de tratar de imitar el aspecto de cada manipulador, el Single-arm YuMi tiene una peculiar distribución de volumen, indicando que los actuadores son suficientemente fuertes para soportar las cargas a las que está sometido el manipulador, esta es una característica que, en cierta medida, los tres manipuladores comparten pero la estructura del Single-arm YuMi es bastante enfática en ello privando del espacio suficiente para adaptar un tipo de actuadores diferente en su interior; en el Toboro arm por otro lado es bastante evidente dónde están alojados sus actuadores, pero es esta misma característica la que limita el movimiento de sus articulaciones, en este aspecto el iiwa 7-R800 sobresale pues su estructura más bien gruesa permite realizar ajustes para adaptar otro tipo de actuadores.

De acuerdo con los razonamientos expuestos en el párrafo anterior el mejor candidato para basar el diseño del manipulador es el iiwa 7-R800 producido por KUKA, en la figura 4 se muestra un esquema de sus medidas claves y área de trabajo parcial; intentar reproducir el gran alcance del iiwa no es recomendable bajo los parámetros con los que el nuevo manipulador va a ser construido, en este proyecto se diseñará el manipulador para que el método de manufactura principal sea la impresión 3D y los actuadores y sensores sean de los más accesibles en el mercado por está razón se decide escalar las longitudes claves del iiwa y tomarlas como parámetros de construcción para el nuevo manipulador.

Figura 4: Datos KUKA iiwa 7-R800.



Fuente: Adaptado de [6]

2.3. SELECCIÓN DE LAS LONGITUDES CLAVE

Los manipuladores colaborativos, como su nombre sugiere, están contruidos para interactuar con personas, los manipuladores hasta ahora expuestos califican en esta categoría, en especial el Single-arm YuMi el cuál está basado en un brazo humano, en su versión original el Single-arm YuMi hace parte de un robot humanoide [7] compuesto por dos brazos, un “torso” y una cabeza, este fue diseñado pensando en emular las capacidades de trabajo de una persona sin embargo dado que su alcance es de solo 559 mm esta emulación puede ser puesta en duda; según [8] el alcance mínimo de una persona adulta es de 64,0 cm y el máximo es de 101,2 cm con lo cual se establece el alcance del nuevo manipulador como el mínimo alcance humano y se procede entonces a escalar las dimensiones del iiwa de manera acorde como se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1: Dimensiones escaladas del iiwa 7-R800 en mm

Dimensión	Escala 1:1	Escala 4:5
R	800	640
d_1	340	272
d_2	400	320
d_3	400	320
d_4	126	101

2.4. SELECCIÓN DE LOS MARCOS DE REFERENCIA Y DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS DE DENAVIT-HARTENBERG

La selección de los marcos de referencia con los que se direccionarán las articulaciones es un proceso al que se le debe brindar bastante atención pues son estas orientaciones las que dictarán los puntos de inicio de medición de los ángulos directores.

Un cuerpo rígido es completamente definido en el espacio por medio de su posición (Traslación) y orientación (Rotación) con respecto a un marco de referencia, a este conjunto se le denomina: pose [7], por lo tanto es posible deducir que para definir la posición de la punta del manipulador es necesaria una cadena de poses que defina cada una de las articulaciones, los parámetros de Denavit-Hartenberg son precisamente un método general para hallar esta cadena [7]. Este método consiste en hallar cuatro parámetros únicos que definen las relaciones entre los marcos de referencia de las juntas en una cadena cinemática abierta, estos parámetros son:

- a_i : Distancia entre los ejes Z_{i-1} y Z_i a lo largo de X_i ,
- α_i : Ángulo entre los ejes Z_{i-1} y Z_i con respecto a X_i ,
- q_i : Ángulo entre los ejes X_{i-1} y X_i con respecto a Z_{i-1} y
- d_i : Distancia entre los ejes X_{i-1} y X_i a lo largo de Z_{i-1}

Una vez obtenidos estos parámetros se procede a construir matrices de transformación homogéneas que incorporan los elementos de rotación y traslación definidos por los parámetros de Denavit-Hartenberg dando como resultado la pose de cada articulación las cuales son de la forma:

$$T_{i-1}^i = \begin{bmatrix} \cos(q_i) & -\sin(q_i)\cos(\alpha_i) & \sin(q_i)\sin(\alpha_i) & 0 \\ \sin(q_i) & \cos(q_i)\cos(\alpha_i) & -\cos(q_i)\sin(\alpha_i) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Siguiendo las indicaciones encontradas en [7] se escoge la orientación de los marcos de referencia de tal manera que las únicas distancias a tener en cuenta sean las dimensiones clave encontradas en el punto anterior, las cuales deben aparecer como el parámetro d en su respectiva junta.

Figura 5: Modelo cinemático del nuevo manipulador.

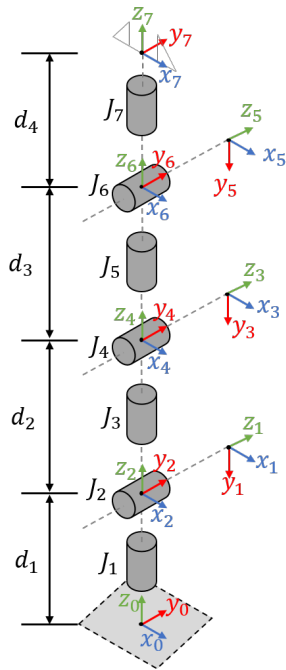
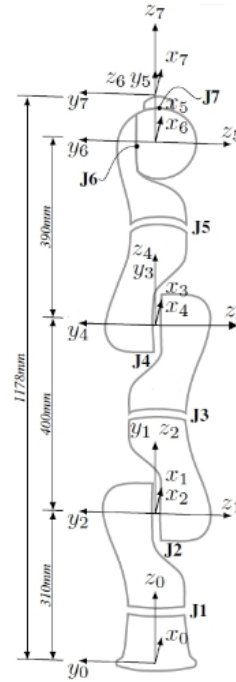


Figura 6: Configuración equivalente.



Fuente:

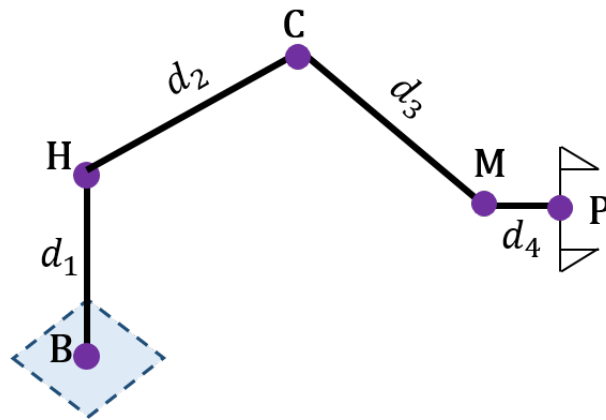
Adaptado de [9]

Para efectos del nuevo manipulador se decidió utilizar el eje Y de cada marco de referencia como el punto cero para la medida de los ángulos directores que, según las definiciones mencionada,s son los parámetros q , siendo positivos aquellos que son medidos en la dirección contraria a las manecillas del reloj con respecto a su respectivo eje Z. En la Figura 5 se puede apreciar la configuración de los marcos de referencia escogida, es pertinente mencionar que los marcos de referencia 1 y 2, 3 y 4 y 5 y 6 se encuentran ubicados en el mismo punto, pero fueron separados con el propósito de ilustrar mejor la orientación de cada marco de referencia; en la figura 6 se puede apreciar la configuración propuesta por [9] la cual es diferente a la propuesta en la figura 5 pero aún así válida, demostrando que los parámetros de Denavit-Hartenberg no son únicos para una misma configuración. Una mirada detallada revelará que los marcos de referencia están ubicados en las mismas posiciones, pero están superpuestos, dificultando su comprensión. Los parámetros para la configuración en la Figura 5 se encuentran consignados en la Tabla 2. De la figura 5 también se puede observar que los movimientos de las juntas 1, 2 y 3 convergen en un solo punto, específicamente el punto donde se unen los marcos de referencia 1 y 2, a esta configuración de juntas rotativas se le conoce como una junta esférica pues permite hacer rotaciones con respecto a los tres ejes coordenados; al revisar las juntas 5, 6 y 7 se encuentra que están situadas de la misma manera formando otra

Tabla 2: Parámetros de Denavit-Hartenberg

Junta	a_i	α_i	d_i	q_i
1	0	-90°	d_1	q_1
2	0	90°	0	q_2
3	0	-90°	d_2	q_3
4	0	90°	0	q_4
5	0	-90°	d_3	q_5
6	0	90°	0	q_6
7	0	0	d_4	q_7

Figura 7: Modelo Simplificado del manipulador.



junta esférica en el punto donde los marcos de referencia 5 y 6 se unen. A estas dos juntas esféricas las une una junta de rotación que gira en torno a un eje perpendicular al de sus juntas adyacentes, ya ha sido mencionado que a la estructura de este manipulador imita a la de un brazo humano y por esta razón se le conoce como manipulador antropomórfico [7], teniendo esto en mente es posible hacer un paralelo entre las juntas del manipulador y las articulaciones del brazo humano definiendo entonces el conjunto de juntas 1, 2 y 3 como el Hombro denotado con el punto **H**, la junta 4 hace las veces del Codo y será denotada con el punto **C** y las juntas 5, 6 y 7 compondrían la Muñeca denotada con el punto **M**; para la construcción de un esquema simplificado del manipulador estos puntos son necesarios pero no suficientes, por lo que es imperativo definir el punto **B** ubicado en el origen del marco de referencia 0 el cual representa la Base del manipulador y a su vez el punto **P** ubicado en el origen del marco de referencia 7 el cual actuaría como la Punta del manipulador, en la figura 7 se puede ver este modelo simplificado.

3. ANÁLISIS CINEMÁTICO

3.1. INTRODUCCIÓN

Los estudios cinemáticos se presentan en el Capítulo 2, de acuerdo a lo planteado en el objetivo específico número dos, el análisis cinemático directo e inverso se presentan de acuerdo a la geometría y estructura del manipulador los cuales permiten determinar la posición del punto final del manipulador y los ángulos de las articulaciones respectivamente.

3.2. CINEMÁTICA DIRECTA

La cinemática directa es un método de parametrización del movimiento de un cuerpo que toma los parámetros directores del sistema los computa teniendo en cuenta la estructura del mismo y entrega la posición del punto de interés del sistema; En el caso particular del nuevo manipulador serial la cinemática directa se compone de tres ecuaciones que definen las coordenadas x, y y z de la punta del manipulador (**P**) en términos de los ángulos directores q de cada junta rotacional.

Para hallar estas ecuaciones se hace uso de las matrices de transformación homogéneas que pueden ser construidas usando (1) y los parámetros de Denavit-Hartenberg consignados en la [Tabla 1](#), estas matrices se muestran a continuación en las ecuaciones (2) a (8):

$$T_0^1 = \begin{bmatrix} \cos(q_1) & 0 & -\sin(q_1) & 0 \\ \sin(q_1) & 0 & \cos(q_1) & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 272 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$T_1^2 = \begin{bmatrix} \cos(q_2) & 0 & \sin(q_2) & 0 \\ \sin(q_2) & 0 & -\cos(q_2) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$T_2^3 = \begin{bmatrix} \cos(q_3) & 0 & -\sin(q_3) & 0 \\ \sin(q_3) & 0 & \cos(q_3) & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 320 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$T_3^4 = \begin{bmatrix} \cos(q_4) & 0 & \sin(q_4) & 0 \\ \sin(q_4) & 0 & -\cos(q_4) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$T_4^5 = \begin{bmatrix} \cos(q_5) & 0 & -\sin(q_5) & 0 \\ \sin(q_5) & 0 & \cos(q_5) & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 320 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$T_5^6 = \begin{bmatrix} \cos(q_6) & 0 & \sin(q_6) & 0 \\ \sin(q_6) & 0 & -\cos(q_6) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$T_6^7 = \begin{bmatrix} \cos(q_7) & -\sin(q_7) & 0 & 0 \\ \sin(q_7) & \cos(q_7) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 101 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Para encontrar las ecuaciones que definen el punto \mathbf{P} , se multiplican las matrices de transformación de cada articulación, esta nueva matriz contiene cuatro vectores: a, s, n y p, el vector p es el que brinda la posición del punto final mientras los vectores a, s y n brindan la orientación del marco de referencia 7 con respecto al marco de referencia 0.

$$T_0^7 = T_{012345}^{123456} \cdot T_6^7 \quad (9)$$

$$T_0^7 = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$n = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} n_x &= c_7[s_6(s_4(s_1s_3 - c_1c_2c_3) - c_1c_4s_2)] \\ &\quad - c_6[(s_5(c_3s_1 + c_1c_2s_3) + c_5f_{nx})] \\ &\quad + s_7(s_5f_{nx} - c_5(c_3s_1 + c_1c_2s_3)) \\ f_{nx} &= c_4(s_1s_3 - c_1c_2c_3) + c_1s_2s_4 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} n_y &= -s_7[s_5f_{ny} - c_5(c_1c_3 - c_2s_1s_3)] \\ &\quad - c_7[s_6(s_4(c_1s_3 + c_2c_3s_1) + c_4s_1s_2) \\ &\quad - c_6(s_5(c_1c_3 - c_2s_1s_3) + c_5f_{ny})] \\ f_{ny} &= c_4(c_1s_3 + c_2c_3s_1) - s_1s_2s_4 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} n_z &= s_7[s_5(c_2s_4 + c_3c_4s_2) + c_5s_2s_3] \\ &\quad - c_7[s_6(c_2c_4 - c_3s_2s_4) \\ &\quad + c_6(c_5(c_2s_4 + c_3c_4s_2) - s_2s_3s_5)] \end{aligned} \quad (14)$$

$$s = \begin{bmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} s_x &= c_7[s_5f_{sx} - c_5(c_3s_1 + c_1c_2s_3)] \\ &\quad - s_7[s_6(s_4(s_1s_3 - c_1c_2c_3) - c_1c_4s_2) \\ &\quad - c_6(s_5(c_3s_1 + c_1c_2s_3) + c_5f_{sx})] \\ f_{sx} &= c_4(s_1s_3 - c_1c_2c_3) + c_1s_2s_4 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned}
s_y &= s_7[s_6(c_1s_3 + c_2c_3s_1) + c_4s_1s_2] \\
&\quad - c_6(s_5(c_1c_3 - c_2s_1s_3) + c_5f_{sy}) \\
&\quad - c_7[s_5f_{sy} - c_5(c_1c_3 - c_2s_1s_3)] \\
f_{sy} &= c_4(c_1s_3 + c_2c_3s_1) - s_1s_2s_4
\end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}
s_z &= s_7[s_6(c_2c_4 - c_3s_2s_4) + c_6(c_5(c_2s_4 \\
&\quad + c_3c_4s_2) - s_2s_3s_5)] \\
&\quad + c_7[s_5(c_2s_4 + c_3c_4s_2) + c_5s_2s_3]
\end{aligned} \tag{18}$$

$$a = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
a_x &= -c_6[s_4(s_1s_3 - c_1c_2c_3) - c_1c_4s_2] \\
&\quad - s_6[s_5(c_3s_1 + c_1c_2s_3) \\
&\quad + c_5(c_4(s_1s_3 - c_1c_2c_3) + c_1s_2s_4)]
\end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}
a_y &= s_6[s_5(c_1c_3 - c_2s_1s_3) + c_5(c_4(c_1s_3 \\
&\quad + c_2c_3s_1) - s_1s_2s_4)] \\
&\quad + c_6[s_4(c_1s_3 + c_2c_3s_1) + c_4s_1s_2]
\end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned}
a_z &= c_6[c_2c_4 - c_3s_2s_4] - s_6[c_5(c_2s_4 \\
&\quad + c_3c_4s_2) - s_2s_3s_5]
\end{aligned} \tag{22}$$

$$p = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}
p_x = & 320c_1s_2 - 320s_4(s_1s_3 - c_1c_2c_3) - 101c_6[s_4(s_1s_3 - c_1c_2c_3) \\
& - c_1c_4s_2] - 101s_6[s_5(c_3s_1 + c_1c_2s_3) \\
& + c_5(c_4(s_1s_3 - c_1c_2c_3) + c_1s_2s_4)] + 320c_1c_4s_2
\end{aligned} \tag{24}$$

$$\begin{aligned}
p_y = & 101s_6[s_5(c_1c_3 - c_2s_1s_3) + c_5(c_4(c_1s_3 + c_2c_3s_1) \\
& - s_1s_2s_4)] + 320s_4(c_1s_3 + c_2c_3s_1) + 320s_1s_2 \\
& + 101c_6[s_4(c_1s_3 + c_2c_3s_1) + c_4s_1s_2] + 320c_4s_1s_2
\end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned}
p_z = & 320c_2 + 320c_2c_4 - 101s_6[c_5(c_2s_4 + c_3c_4s_2) - s_2s_3s_5] \\
& + 101c_6(c_2c_4 - c_3s_2s_4) - 320c_3s_2s_4 + 272
\end{aligned} \tag{26}$$

Desde la ecuación (12) se utiliza una notación diferente para los senos y cosenos de los ángulos directores con el fin de reducir el espacio que se utiliza escribiendo las ecuaciones, en esta notación se utiliza c_i para simbolizar el coseno del ángulo director i y s_i para el seno.

Las ecuaciones (24), (25) y (26) definen las coordenadas en X, Y y Z del punto final del manipulador, punto **P**, completando la función de la cinemática directa. De manera análoga se pueden hallar los puntos **C** y **M** para definir las longitudes del manipulador.

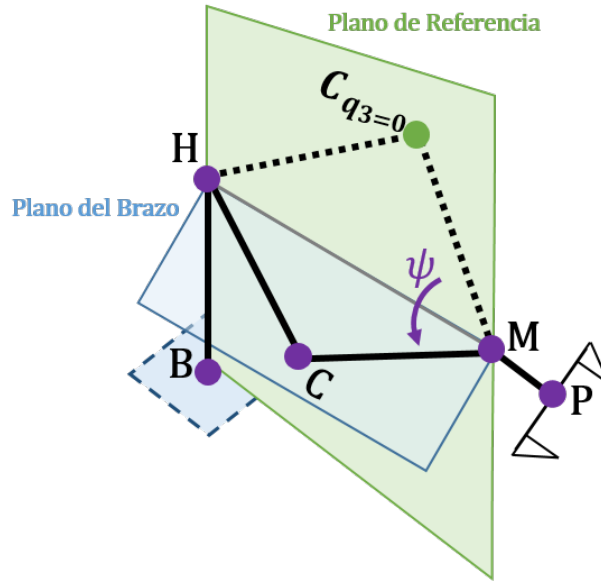
3.3. CINEMÁTICA INVERSA

La cinemática inversa no es tan sencilla de encontrar como la anterior, siendo que el sistema está compuesto por siete grados de libertad necesita siete variables de entrada que puedan definir el movimiento, para lograr obtener estas siete variables es necesario parametrizar la redundancia encontrada en el manipulador, este proceso se muestra en a continuación.

3.3.1. VARIABLES DE ENTRADA

■ Ángulo del Brazo

Figura 8: Representación de la definición del ángulo del brazo.



Para parametrizar el ángulo se sigue el método propuesto por [Shimizu] y pulida por [11], en el cual se define un plano en el que se encuentran contenidos los puntos H, C y M del brazo con respecto a un plano de referencia cuando la redundancia es cero, el ángulo entre estos dos planos se define como ángulo del brazo: $AngBr$, en la Figura 8 se puede apreciar una representación gráfica del ángulo del brazo, en esta el ángulo del brazo fue nombrado ψ para ahorrar espacio. El plano de referencia está definido cuando no hay redundancia, la cual está dada por el ángulo q_3 dado que si este no existiera el manipulador solo podría alcanzar el Punto **P** cuando los demás puntos están contenidos en ese plano.

■ Posición del Punto P

Para la cinemática inversa es necesario proveer las coordenadas del punto **P** siendo que el objetivo es encontrar los ángulos directores que llevan el manipulador a dicho punto. Esos están definidos como un vector columna llamado ${}^0x_{7d}$.

■ Orientación del Punto P

Hasta el momento se tienen 4 variables de entrada, las otras tres corresponden a los ángulos directores del marco de referencia siete (7) con respecto al marco de referencia base (0). Estos son necesarios ya que definen la orientación que debe tener el último eslabón del manipulador, es decir, la inclinación en los tres ejes coordenados que va a tener d_4 con respecto al Punto P, con esto no

sólo se define por completo el punto P sino también d_4 y por extensión el Punto M, dejando el sistema con solo un punto por hallar, el punto C dado que los puntos B y H son fijos.

Esta orientación está dada por los ángulos de Euler ψ , θ y ϕ por medio de la matriz de transformación presentada en (28).

3.3.2. TERMINOS CONSTANTES

Como se mencionó anteriormente el vector ${}^0x_{7d}$ y la matriz de rotación ${}^0R_{7d}$ son conocidas y están dadas por:

$${}^0x_{7d} = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} \quad (27)$$

$${}^0R_{7d} = \begin{bmatrix} c_\psi c_\phi - c_\theta s_\psi s_\phi & -c_\psi s_\phi - c_\theta c_\phi s_\psi & s_\psi s_\theta \\ c_\phi s_\psi + c_\psi c_\theta s_\phi & c_\psi c_\theta c_\phi - s_\psi s_\phi & -c_\psi s_\theta \\ s_\theta s_\phi & c_\phi s_\theta & c_\theta \end{bmatrix} \quad (28)$$

El paso a seguir es definir una serie de vectores que representen las dimensiones de los eslabones del manipulador:

$${}^0l_{bh} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_1 \end{bmatrix} \quad (29) \quad {}^3l_{hc} = \begin{bmatrix} 0 \\ -d_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$${}^4l_{cm} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_3 \end{bmatrix} \quad (31) \quad {}^7l_{mp} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_4 \end{bmatrix} \quad (32)$$

El superíndice en el lado izquierdo representa el eje coordenado desde el cual se calcula el vector y los subíndices representan los puntos que unen.

En la Figura 2-1 se puede ver como el plano del brazo rota en torno al eje generado entre los puntos H y M, los cuales son valores ya conocidos entonces se define este eje como:

$$x_{hmd} = {}^0x_{7d} - {}^0l_{bh} - ({}^0R_{7d} \times {}^7l_{mp}) \quad (33)$$

El hecho de que los punto H y M sean conocidos sugiere que la relación entre los eslabones 2 y 3 del manipulador es conocida también, ya que el brazo rota con respecto al eje x_{hm_d} el movimiento del punto C describe una trayectoria circular indicando que el ángulo q_4 es constante, para verificar esto se utiliza el vector del eje de rotación que puede ser definido como:

$$x_{hm_d} = {}^0R_3 \times ({}^3l_{hc} + {}^3R_4 \times {}^4l_{cm}) \quad (34)$$

En esta ecuación las únicas incógnitas son los ángulos en las matrices de rotación, pero si se calcula la norma de ambas partes se puede ver que la norma de 0R_3 es igual a 1, entonces:

$$\|x_{hm_d}\| = \|{}^3l_{hc} + {}^3R_4 \times {}^4l_{cm}\| \quad (35)$$

De dónde se puede despejar el ángulo q_4 dando como resultado:

$$q_4 = \arccos\left(\frac{\|x_{hm_d}\|^2 - d_2^2 - d_3^2}{2d_2d_3}\right) \quad (36)$$

3.3.3. ROTACIÓN ALREDEDOR DEL EJE H-M

La rotación alrededor de un eje arbitrario está dada por la ecuación:

$${}^0R_\Psi = I_3 + \sin(\Psi)[u \times] + (1 - \cos(\Psi))[u \times]^2 \quad (37)$$

En la cual Ψ corresponde al ángulo de rotación con respecto al eje unitario u . Para propósitos de este manipulador Ψ corresponde a $AngBr$ y u es el vector unitario del vector x_{hm_d} , definido como:

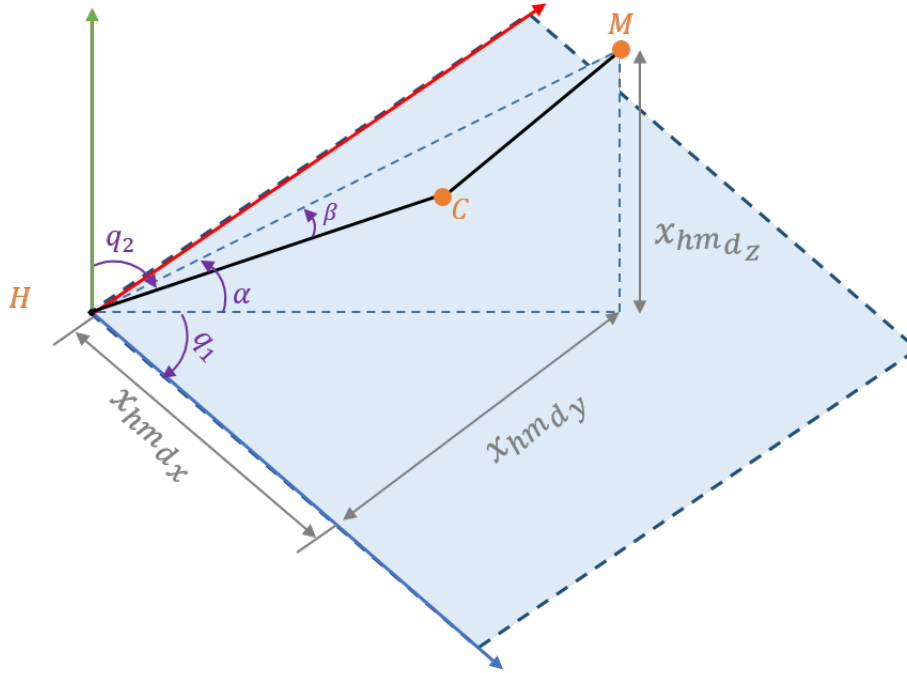
$${}^0u_{hm} = \frac{x_{hm_d}}{\|x_{hm_d}\|} \quad (38)$$

La notación $[u \times]$ corresponde a la matriz antisimétrica del vector u que en este caso se define como:

$$[{}^0u_{hm} \times] = \begin{bmatrix} 0 & -u_3 & u_2 \\ u_3 & 0 & -u_1 \\ -u_2 & u_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (39)$$

Esta rotación se produce en los ángulos iniciales, q_1 y q_2 ya que q_3 está definido por esta misma rotación. Y como ya se mostró q_4 es constante. De manera que la matriz de rotación ${}^0R_{AngBr}$ afecta a la matriz de rotación 0R_3 cuando $q_3 = 0$, se tiene

Figura 9: Diagrama de los eslabones 2 y 3 cuando $q_3 = 0$



entonces:

$${}^0R_3 = {}^0R_{AngBr} \times {}^0R_3 \Big|_{q_3=0} = {}^0R_{AngBr} \times {}^0R_3^0 \quad (40)$$

De manera que la matriz de rotación ${}^0R_3^0$ contiene dos ángulos q_{01} y q_{02} como se muestra a continuación:

$${}^0R_3^0 = \begin{bmatrix} c_{01}c_{02} & -c_{01}s_{02} & -s_{01} \\ c_{02}s_{01} & -s_{01}s_{02} & c_{01} \\ -s_{02} & -c_{02} & 0 \end{bmatrix} \quad (41)$$

Estos ángulos pueden calcularse fácilmente de manera geométrica utilizando el diagrama presentado en la Figura 9

El ángulo q_{01} se calcula fácilmente como:

$$q_{01} = \arctan\left(\frac{x_{hmd_y}}{x_{hmd_x}}\right) \quad (42)$$

Para el ángulo q_{02} es necesario definir los ángulos α y β ya que se cumple la ecuación:

$$q_{02} = 90 - (\alpha + \beta) \quad (43)$$

α puede ser calculado de manera similar a q_{01} mientras β se calcula usando la ley de cosenos como se muestra a continuación:

$$\alpha = \arctan \left(\frac{x_{hmdz}}{\sqrt{x_{hmdx}^2 + x_{hmdy}^2}} \right) \quad (44)$$

$$\beta = \arccos \left(\frac{d_2^2 + \|x_{hmd}\|^2 - d_3^2}{2d_2\|x_{hmd}\|} \right) \quad (45)$$

Con estos resultados tenemos que:

$$\begin{aligned} {}^0R_3 &= {}^0R_{AngBr} \times {}^0R_3^0 \\ &= \left[I_3 + \sin(AngBr) [{}^0u_{hm} \times] + (1 - \cos(AngBr)) [{}^0u_{hm} \times]^2 \right] \times {}^0R_3^0 \end{aligned} \quad (46)$$

3.3.4. JUNTAS DEL HOMBRO

Para calcular las juntas del hombro, las cuales son q_1 , q_2 y q_3 se utiliza el método de comparación teniendo dos ecuaciones que definen la matriz 0R_3 la primera siendo la ecuación (46) y la otra se muestra a continuación:

$${}^0R_3 = {}^0R_1 \times {}^1R_2 \times {}^2R_3 = \begin{bmatrix} c_1c_2c_3 - s_1s_3 & -c_1s_2 & -c_3s_1 - c_1c_2s_3 \\ c_1s_3 + c_2c_3s_1 & -s_1s_2 & c_1c_3 - c_2s_1s_3 \\ -c_3s_2 & -c_2 & s_2s_3 \end{bmatrix} \quad (47)$$

La ecuación (46) puede ser configurada como:

$${}^0R_3 = A_h \sin(AngBr) + B_h \cos(AngBr) + C_h \quad (48)$$

Dónde:

$$A_h = [{}^0u_{hm} \times] \times {}^0R_3^0 \quad (49)$$

$$B_h = -[{}^0u_{hm} \times]^2 \times {}^0R_3^0 \quad (50)$$

$$C_h = {}^0u_{hm} \times {}^0u_{hm}^T \times {}^0R_3^0 \quad (51)$$

Comparando los componentes 2x2 y 1x2 de ambas matrices se tiene q_1 , el componente 3x2 provee el ángulo q_2 y finalmente los componentes 3x3 y 3x1 definen q_3 , estos resultados son presentados a continuación:

$$q_1 = \arctan \left(\frac{A_h(2,2)\sin(AngBr) + B_h(2,2)\cos(AngBr) + C_h(2,2)}{A_h(1,2)\sin(AngBr) + B_h(1,2)\cos(AngBr) + C_h(1,2)} \right) \quad (52)$$

$$q_2 = \arccos (A_h(3, 2)\text{sen}(\text{AngBr}) + B_h(3, 2)\cos(\text{AngBr}) + C_h(3, 2)) \quad (53)$$

$$q_3 = \arctan \left(\frac{A_h(3, 3)\text{sen}(\text{AngBr}) + B_h(3, 3)\cos(\text{AngBr}) + C_h(3, 3)}{A_h(3, 1)\text{sen}(\text{AngBr}) + B_h(3, 1)\cos(\text{AngBr}) + C_h(3, 1)} \right) \quad (54)$$

3.3.5. JUNTAS DE LA MUÑECA

Para los ángulos q_5 , q_6 y q_7 se utiliza un procedimiento similar que en los ángulos anteriores, primero se requiere encontrar una expresión alternativa de la matriz 4R_7 a la presentada en (55)

$${}^4R_7 = {}^4R_5 \times {}^5R_6 \times {}^6R_7 = \begin{bmatrix} c_5c_6c_7 - s_5s_7 & -c_7s_5 - c_5c_6s_7 & c_5s_6 \\ c_5s_7 + c_6c_7s_5 & c_5c_7 - c_6s_5s_7 & s_5s_6 \\ -c_7s_6 & s_6s_7 & c_6 \end{bmatrix} \quad (55)$$

Para esto se despeja la matriz 4R_7 desde la ecuación que define la orientación del marco de referencia 7 como se muestra a continuación:

$${}^0R_7 = {}^0R_{\text{AngBr}} \times {}^0R_3^0 \times {}^3R_4 \times {}^4R_7 \quad (56)$$

$${}^4R_7 = {}^0R_7 \times [(A_h\text{sen}(\text{AngBr}) + B_h\cos(\text{AngBr}) + C_h) \times {}^3R_4]^T \quad (57)$$

$${}^4R_7 = (A_m\text{sen}(\text{AngBr}) + B_m\cos(\text{AngBr}) + C_m) \quad (58)$$

Dónde:

$$A_m = {}^3R_4^T \times A_h^T \times {}^0R_7 \quad (59)$$

$$B_m = {}^3R_4^T \times B_h^T \times {}^0R_7 \quad (60)$$

$$C_m = {}^3R_4^T \times C_h^T \times {}^0R_7 \quad (61)$$

Con esto podemos a proceder a comparar componentes, los componentes 2x3 y 1x3 definen el ángulo q_5 , el componente 3x3 contiene el ángulo q_6 y con los componentes 3x2 y 3x1 se tiene el ángulo q_7 como se muestra:

$$q_5 = \arctan \left(\frac{A_m(2, 3)\text{sen}(\text{AngBr}) + B_m(2, 3)\cos(\text{AngBr}) + C_m(2, 3)}{A_m(1, 3)\text{sen}(\text{AngBr}) + B_m(1, 3)\cos(\text{AngBr}) + C_m(1, 3)} \right) \quad (62)$$

$$q_6 = \arccos (A_m(3, 3)\text{sen}(\text{AngBr}) + B_m(3, 3)\cos(\text{AngBr}) + C_m(3, 3)) \quad (63)$$

$$q_7 = \arctan \left(\frac{A_m(3, 2)\text{sen}(\text{AngBr}) + B_m(3, 2)\cos(\text{AngBr}) + C_m(3, 2)}{A_m(3, 1)\text{sen}(\text{AngBr}) + B_m(3, 1)\cos(\text{AngBr}) + C_m(3, 1)} \right) \quad (64)$$

4. DISEÑO Y MODELADO

4.1. INTRODUCCIÓN

Los detalles del diseño y modelado del manipulador son expuestas en el Capítulo 3, en él se encuentran los razonamientos que llevaron a el aspecto interior y exterior de las partes del manipulador así como los sistemas de sujeción y transmisión de potencia, esto completa a cabalidad los retos impuestos por el objetivo específico número tres.

4.2. BOCETOS PRELIMINARES

Figura 10: Boceto Preliminar de la Articulación 1.

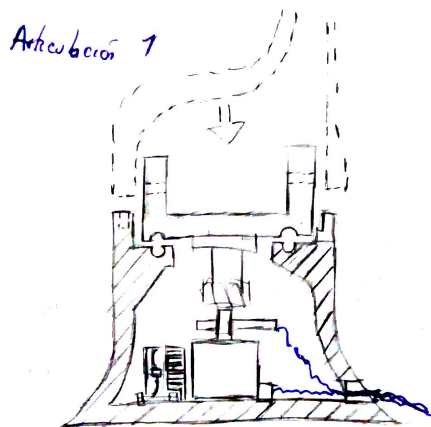


Figura 11: Boceto Preliminar de la Articulación 2

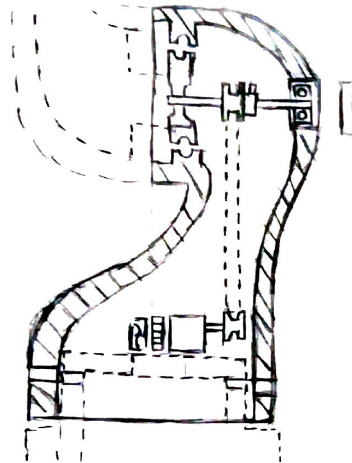


Figura 12: Boceto Preliminar de la Articulación 3

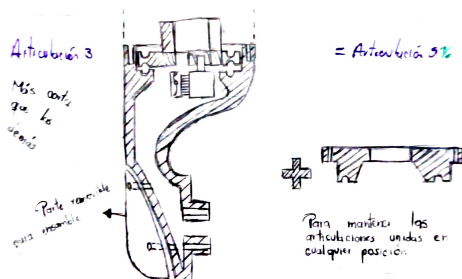
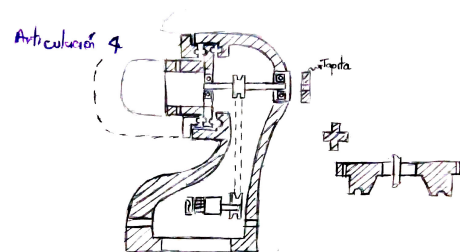


Figura 13: Boceto Preliminar de la Articulación 4



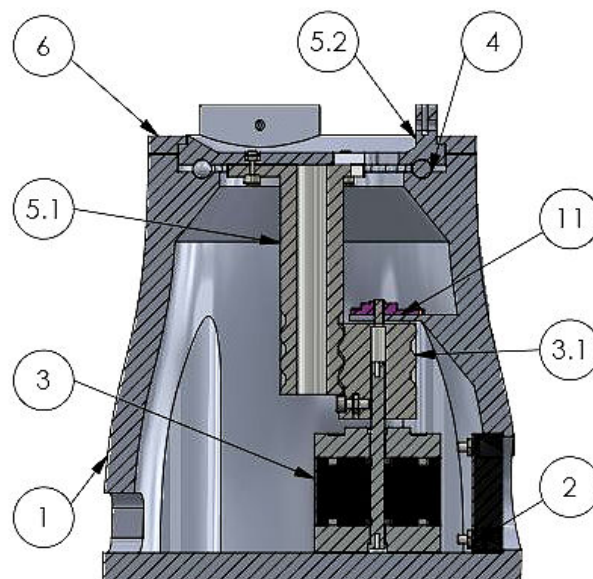
Tomando inspiración en el KUKA iiwa 7-R800 se realizaron varios bocetos de cómo deberían estar conformadas las articulaciones, para este desarrollo se consideraron motores paso a paso y potenciómetros como actuadores y sensores, respectivamente.

En las figuras 10 a la 13 se presentan los primeros acercamientos para modelar las primeras cuatro articulaciones del manipulador en ellos se proponen sistemas de sujeción y transmisión de potencia que pueden haberse conservado hasta la versión final de cada articulación o no.

4.3. ARTICULACIÓN 1

La articulación 1 es la base de todo el manipulador, en ella debe haber espacio suficiente para que el primer actuador pueda transmitir la potencia al resto del brazo y para que todo el cableado pase sin problemas al exterior del manipulador, en la figura 14 se muestra la versión final del ensamble de la articulación 1, y a continuación se describe cómo está compuesto y los razonamientos que llevaron a tales decisiones.

Figura 14: Corte del ensamble de la Articulación 1 con sus principales componentes señalados



En la Figura 10 se puede ver como la estructura del boceto original se logró mantener durante el proceso, planos detallados de estas piezas pueden ser encontrados en los Anexos, para los propósitos de este capítulo esta ilustración es suficiente. Como se puede ver en la parte izquierda de la pieza 1 se tiene un agujero que sirve como salida del cableado del manipulador, en el lado opuesto se tiene un agujero de ventilación, en el cual, como es lógico, se encuentra ubicado el ventilador, señalado con el número

2, se puede notar que está sujetado por un juego de tornillos y tuercas las cuales están especificadas en el anexo ya mencionado, el actuador debe estar lo más refrigerado posible, por tal razón es que se coloca cerca al ventilador, señalado con el número 3 se encuentra sujetado a la articulación por medio de un conjunto de tornillos que ingresan por la parte inferior de la pieza 1 y se enroscan directamente en el motor.

La pieza 4 hace la función de elemento rodante, dado que las piezas tienen una forma poco ortodoxa el uso de rodamientos convencionales se dificulta por lo cual se optó por incluir en el diseño las carreras para que balines pudieran ser utilizados como facilitadores de la rotación relativa de las piezas; la carrera inferior de este rodamiento integrado se encuentra en la pieza 1 y la carrera superior en la pieza 5.2, esta pieza es la encargada de unir las articulaciones 1 y 2 y por ende transmitir el movimiento que genera el actuador 1, esta cadena de transmisión de potencia tiene un escalón intermedio conformado por las piezas 5.1 y 3.1, estos engranajes se encargan de convertir el movimiento del motor en una rotación concéntrica con toda la pieza 1 y de mover la pieza 5.2 y por extensión la articulación 2. Con el propósito de asegurar la unión de las articulaciones 1 y 2 la pieza 6 actúa como soporte de la pieza 5.2 en caso de que la posición del manipulador ejerza fuerzas positivas a lo largo del eje Z, fuerzas que causarían la dislocación de las articulaciones, fenómeno debe ser prevenido a toda costa.

El último componente principal presente en esta articulación es la pieza 11, el sensor angular acoplado al motor, se tuvo en cuenta ya que es uno de los sensores más económicos en el mercado, para su implementación fue necesario diseñar una especie de plataforma en donde pudiera reposar situada en la pieza 1, además de eso se tuvo que integrar un adaptador a la pieza 3.1 debido a que el agujero de estos sensores es de 4 mm mientras que los ejes de los motores tienen 5 mm, diferentes estrategias fueron usadas en las diferentes articulaciones para acoplar exitosamente estos sensores y cada una será explicada en su respectiva articulación.

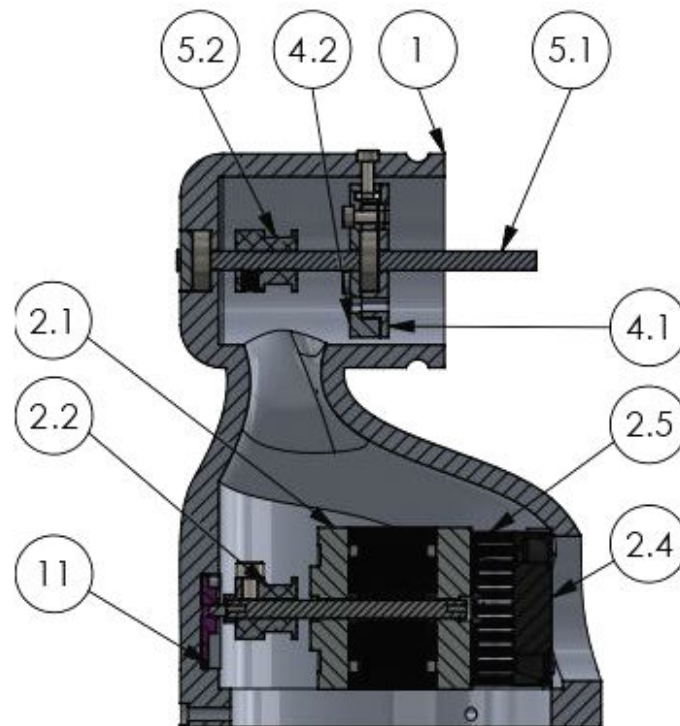
4.4. ARTICULACIÓN 2

La articulación 2, ilustrada en la Figura 15, solo posee un movimiento relativo alrededor del eje Z de la articulación 1, pero este movimiento no modifica las coordenadas de la articulación 2, en ella coinciden los movimientos de las articulaciones 1, 2 y 3 lo que la convierte en la portadora del punto H discutido en el capítulo anterior.

En esta articulación se puede notar un cambio mayor con respecto a los bocetos

iniciales, se puede ver como el cuello de la articulación es más delgado y la desembocadura superior tiene un diámetro menor, estos fueron modificados en vista de que las medidas reales del manipulador no permitían las dimensiones iniciales; de manera similar se implementó un método diferente de rotación relativa al que se había pensado inicialmente, sin embargo la forma sobre la cual se realizaron estos cambios es la misma que en los bocetos.

Figura 15: Corte del ensamble de la Articulación 2 con sus principales componentes señalados.



Comenzando la descripción por la pieza 1 se tiene que, como fue resaltado anteriormente, tiene un cuello más delgado que lo inicialmente previsto, particularidad que ha sido contrarrestada utilizando un espesor de pared mayor. En la parte inferior se dejó un espacio libre para el acople con la articulación 1 y el acople con la articulación 3 sucede en la parte superior, más detalles al respecto son mencionados en la articulación 3.

En la parte derecha de la pieza 1 encontramos el agujero para ventilación, seguido de la pieza 2.4, el ventilador y la pieza 2.5, en vista de que el espacio en esta articulación es más reducido se opta por introducir un disipador de calor para mantener la temperatura del motor, pieza 2.1, bajo control. La transmisión del movimiento en esta articulación se hace por medio de un sistema de poleas, piezas 2.2 y 5.2, con el

propósito de tener el peso de los actuadores lo más cercano a los puntos de giro y ejercer menos esfuerzo sobre las partes.

Debido a que en esta articulación no existe un engranaje en la punta del eje del motor el adaptador para el sensor angular, pieza 11, tuvo que ser diseñado y colocado, pieza 2.6, en la parte izquierda de la pieza 1 se generó una cavidad para que el sensor reposar en ella, el ensamble de esta y posteriores articulaciones con estructuras similares es bastante ajustado por lo que debe ser realizado con cuidado.

La pieza 5.1, el eje de la articulación, transmite el movimiento a la articulación 3 por medio de una cuña, para evitar deflexión se colocó un soporte compuesto por las piezas 4.1 y 4.2 y un rodamiento, en la parte izquierda se encuentra otro rodamiento actuando como soporte al igual que una tapa que mantiene el rodamiento y el eje en su lugar y actúa en contra de fuerzas axiales que puedan presentarse durante la operación del manipulador.

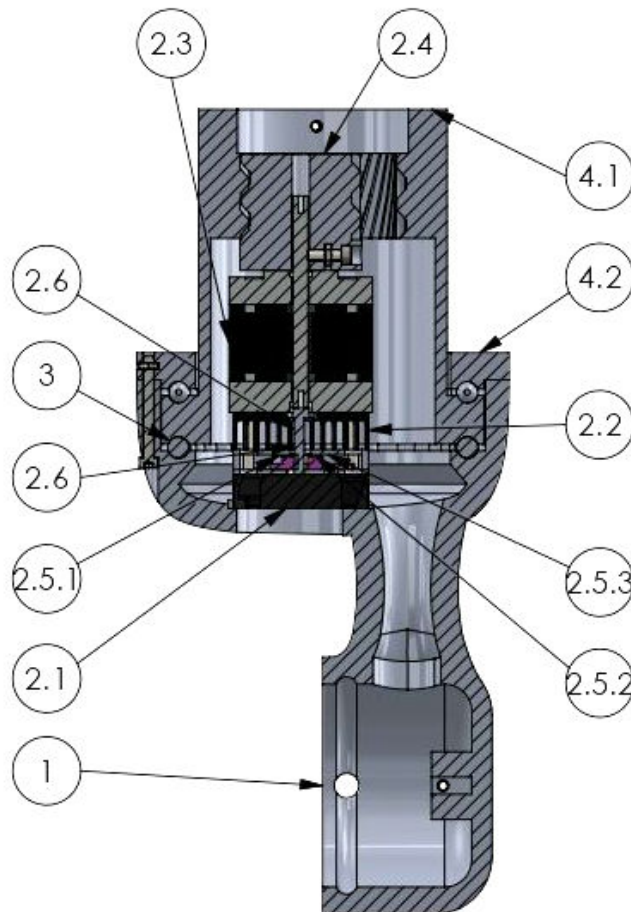
4.5. ARTICULACIÓN 3

La articulación 3, de la misma manera que la articulación 2, se desvía ligeramente del diseño original, debido a los cambios en el mecanismo de rotación, en la parte inferior de la pieza 1, que puede ser apreciada en la Figura 16, se puede ver la carrera exterior del rodamiento integrado que se une a la articulación 2, en la misma área existe una extrusión con un agujero en el cual entra la cuña generada en el eje de la articulación 2, los balines correspondientes entran por el agujero encontrado a lo largo de la carrera en la pieza 1 y se mantienen en su lugar por medio de una tapa que completa la curva de la carrera, esta configuración mantiene las dos articulaciones unidas gracias a el contacto entre los balines y las piezas.

Las piezas 2.1, 2.2, 2.3 y 2.4 componen el conjunto del motor que ha sido presentado en la sección anterior, debido a la carencia de espacio en las articulaciones el uso de un disipador de calor se hace obligatorio, la diferencia en esta articulación es como se ha acoplado la pieza 2.5.2, el sensor angular, aún cuando esta articulación tiene un engranaje al final del eje del motor no se dispone de espacio suficiente para colocar el sensor así como tampoco hay un punto donde anclarlo para medir el movimiento relativo, la única opción es colocarlo en la pieza 1, para cumplir con este requerimiento se tomó ventaja de una peculiaridad encontrada en los motores Nema donde la parte trasera del eje se encuentra expuesta y por lo tanto el adaptador para el sensor puede ser adherido al eje por medio de alguna clase de pegamento,

esto permite colocar el sensor entre el disipador de calor y el ventilador, pero para poder realizar esto se tuvo que diseñar una especie de jaula que protegiera el sensor del peso del motor y que lo mantuviera anclado, las piezas 2.5.1 y 2.5.3 conforman este dispositivo.

Figura 16: Corte del ensamble de la Articulación 3 con sus principales componentes señalados.

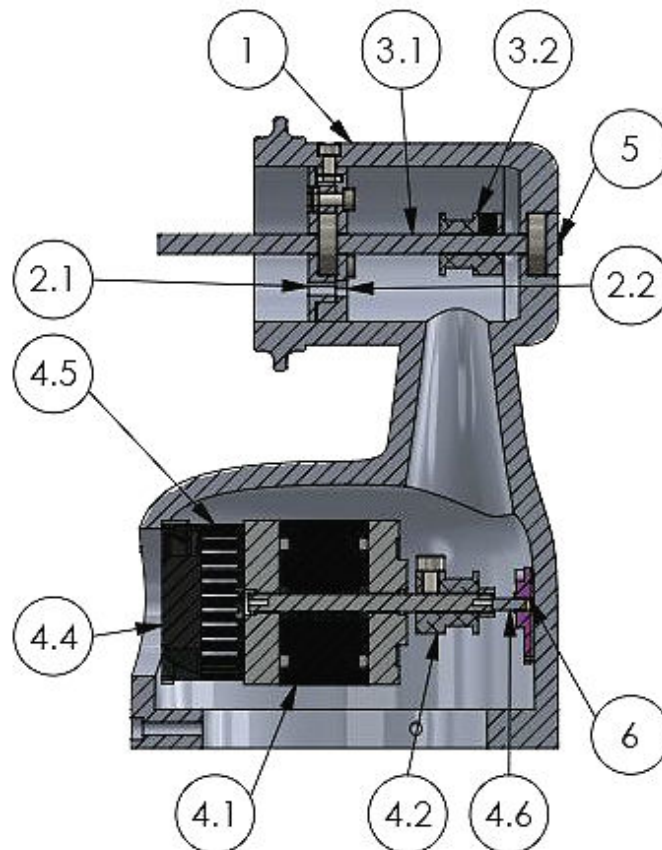


Debido al movimiento del manipulador existe la posibilidad de que las articulaciones de la 3 a la 7 se encuentren en casi cualquier orientación en el espacio, por lo que no es adecuado utilizar la misma clase de rodamientos que en las articulaciones 1 y 2, para resolver este inconveniente se utilizan dos carreras de balines, pieza 3, para sostener la articulación en cualquier posición, en la pieza 1 se encuentra la primera carrera inferior, en la pieza 4.1 se encuentran la primera carrera superior y la segunda carrera inferior, en esta misma pieza se encuentra una corona que es la responsable de transmitir el movimiento generado por el actuador 3 a la articulación 4 y por último en el conjunto se tiene la pieza 4.2 que hace las veces de segunda carrera superior y seguro para mantener las piezas 1 y 4.2 unidas en todo momento.

4.6. ARTICULACIÓN 4

La articulación 4, muy similar a la articulación 2 también se desvía de los bocetos iniciales en aproximadamente la misma medida. Aunque a simple vista parezcan la misma pieza no es así, el mecanismo de rotación relativa debe adaptarse a las necesidades del movimiento del manipulador al igual que tuvo que hacerse en la articulación 3, este cambio se manifiesta en las carreras exteriores que pueden verse en la parte superior de la pieza 1 en la Figura 17; para formar el rodamiento integrado de esta articulación se tienen las otras dos carreras faltantes en piezas exteriores que una vez unidas a la articulación aseguran la conexión, más detalles acerca de este ensamble pueden ser encontrados en los anexos.

Figura 17: Corte del ensamble de la Articulación 4 con sus principales componentes señalados.



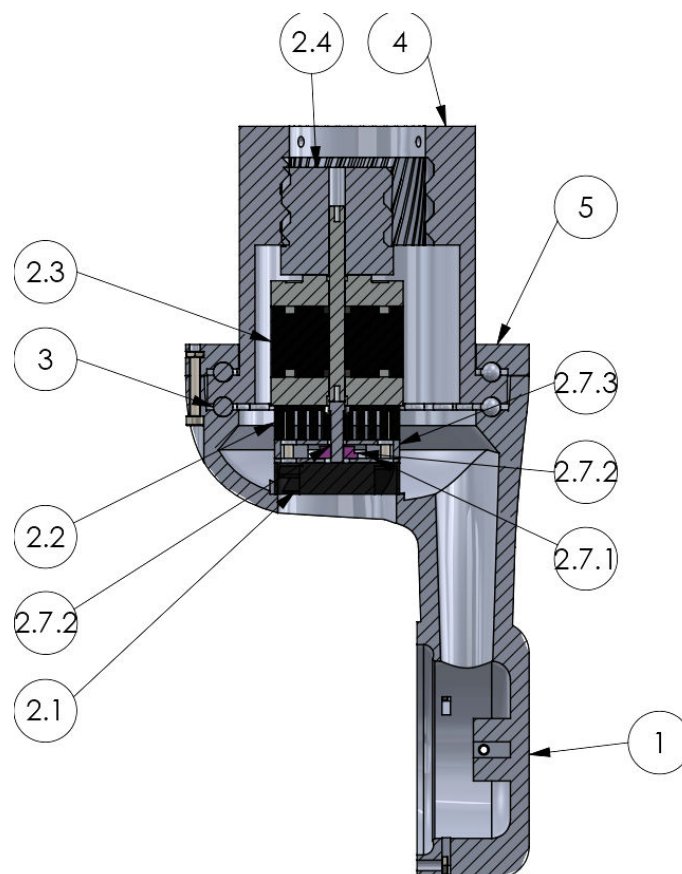
Las piezas 2.1 y 2.2 conforman un soporte en el mismo estilo que el usado en la articulación 2, con el mismo propósito de evitar deflección en el eje, pieza 3.1, el cual posee una cuña en el extremo libre que ingresa en la siguiente articulación. Las piezas 3.2 y 4.2, las poleas, son las encargadas de transmitir el movimiento del actuador 4, pieza 4.1, a la articulación 5, en vista de que para esta articulación

tampoco hay un elemento externo en la punta del eje se hizo uso del adaptador, pieza 4.6, para poder acoplar el sensor, pieza 6, el cual reposa en la cavidad diseñada para el en la parte inferior derecha de la pieza 1.

Nuevamente el conjunto de las piezas 4.4 y 4.5 es necesario para mantener refrigerado el actuador, el agujero de refrigeración se encuentra en la parte inferior izquierda de la articulación, justo donde están estas piezas. Las articulaciones posteriores son bastante similares a las ya expuestas gracias a que deben desempeñar funciones similares, la descripción de estas será más breve para evitar la redundancia.

4.7. ARTICULACIÓN 5

Figura 18: Corte del ensamble de la Articulación 5 con sus principales componentes señalados.



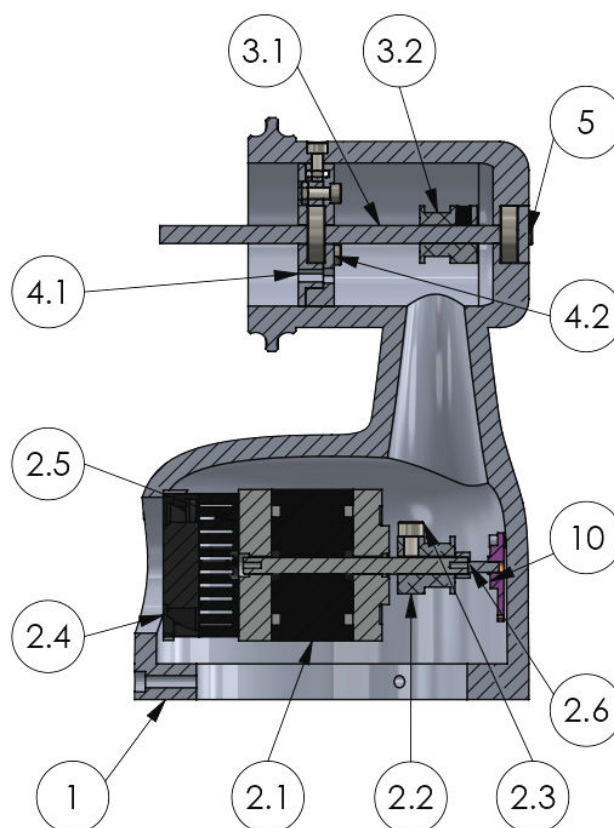
Esta articulación es bastante similar a la articulación 3, tiene los mismos elementos exceptuando la carrera interior que se puede apreciar en la parte inferior de la pieza 1 representada en la Figura 18, esta carrera es una de las que completa las presentadas en la articulación anterior.

Las piezas 2.1, 2.2 y 2.3 conforman el conjunto de motor y refrigeración ya obligatorio en las articulaciones. Debido a la falta de espacio y un punto de anclaje adecuado al final de la pieza 2.4 se hace necesaria la utilización del adaptador, pieza 2.8, en la parte trasera del motor, haciendo obligatorio ubicar el conjunto de protección para el sensor, piezas 2.7.1, 2.7.2 y 2.7.3.

Las piezas 4 y 5 completan la carrera integrada en la parte superior de la pieza 1, de la misma manera que en ocasiones anteriores esta distribución de balines provee la articulación de movilidad y seguridad en cualquier orientación que pueda llegar a verse situada, la pieza 5 es la encargada de brindar la transmisión de movimiento por medio de la corona que se encuentra en su parte superior así como de unirse a la siguiente articulación.

4.8. ARTICULACIÓN 6

Figura 19: Corte del ensamble de la Articulación 6 con sus principales componentes señalados.



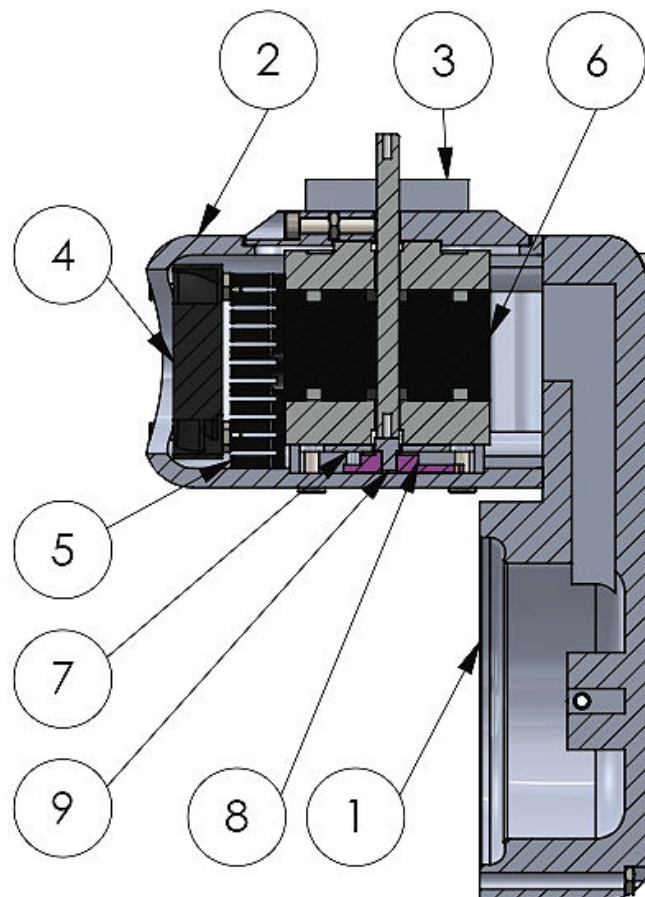
En la Figura 19 se puede ver la articulación 6, a simple vista parece idéntica a la articulación 4 y casi lo es, entre las dos varían ciertas dimensiones pero la estructura

básica es igual. Las piezas con el numeral principal 2 componen el conjunto de refrigeración y medición del actuador así como el actuador mismo, la transmisión de potencia es realizada mediante un sistema de poleas y un eje que está soportado en 2 puntos. El ensamble de esta articulación con la siguiente se realiza de la misma manera que las articulaciones 4 y 5.

4.9. ARTICULACIÓN 7

La última articulación está compuesta por dos piezas en vez de una con el fin de ser ensamblada con más facilidad, estas piezas son las piezas 1 y 2 presentadas en la Figura 20, la pieza 1 contiene la carrera que permite a la articulación ser unida a la anterior al igual que la cuña donde entra el eje, mientras la pieza 2 contiene los componentes que brindan el último movimiento del manipulador.

Figura 20: Corte del ensamble de la Articulación 7 con sus principales componentes señalados.



La pieza 1 es hueca para que el cableado pueda pasar hasta la base del manipulador

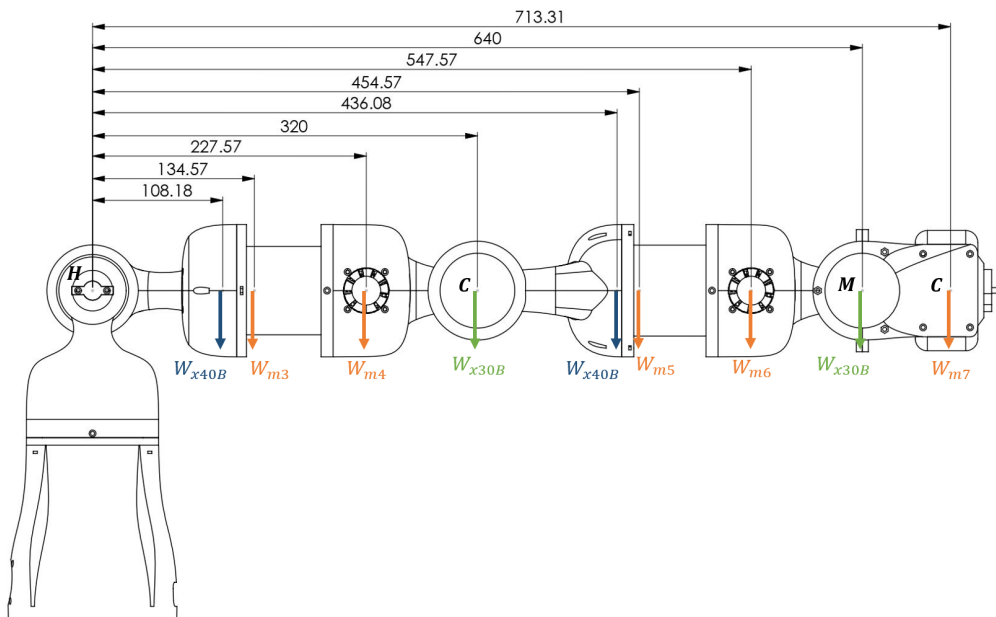
y para mantener el flujo de aire en el interior de las articulaciones; dado que el aire caliente desplaza el aire frío hacia abajo el trabajo del sistema de refrigeración es deshacerse de todo el aire caliente que se pueda en cada articulación con la confianza que el próximo ventilador (o anterior, dependiendo de la configuración en la que se encuentre el manipulador) se deshaga del restante.

Las piezas 4, 5 y 6 conforman el conjunto de actuador y sistema de refrigeración de esta articulación, como se puede ver esta es la articulación con el espacio más reducido, pero al ser la articulación que está sometida a menor carga dado que este conjunto de piezas mueve tan solo la pieza 3 en la cual estaría acoplado la herramienta final del manipulador, no es probable que las temperaturas alcancen valores críticos.

En esta articulación el espacio es tan escaso que el sensor, pieza 8, tuvo que ser colocado no solo en la parte trasera del motor sino que adicionalmente se tuvo que dispensar de una de las partes que conforman la jaula protectora usada en articulaciones anteriores, la pieza 7 la única encargada de la protección del sensor.

4.10. ANÁLISIS DE FUERZAS ESTÁTICAS

Figura 21: Diagrama de la posición más crítica del manipulado incluyendo las fuerzas más relevantes y sus puntos de aplicación.



Para evaluar las cargas a las que serán solicitados los actuadores se utiliza un análisis estático con el cual se calculan los diferentes torques necesarios en cada una de

las articulaciones. Se empieza entonces por definir las cargas presentes en la Figura 21, Las fuerzas representadas en azul hacen referencia al peso de los balines utilizados en las juntas que se mueven alrededor de su propio eje, estas fuerzas tienen el subíndice: ***x40B*** que viene del número de balines utilizados en este tipo de juntas, análogamente las fuerzas representadas en verde y con el subíndice: ***x30B*** hacen referencia a la utilización de 30 balines en estas articulaciones. Por último las fuerzas representadas en naranja reflejan el peso de los actuadores, el subíndice: ***mi*** indica el ángulo director al que está asociado cada motor y por ende a qué articulación.

Para el diseño se consideraron balines de rodamiento de $\frac{1}{4}$ de pulgada hechos de acero aleado E52100, cuyo masa individual es de: 1,925 g, con esta información podemos dar valor a las fuerzas producidas por estos elementos como sigue:

$$F_{x30B} = 1,925g \cdot 30 \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 1 \frac{kg}{1000g} = 0,5665N \quad (65)$$

$$F_{x40B} = 1,925g \cdot 40 \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 1 \frac{kg}{1000g} = 0,7553N \quad (66)$$

El peso de los actuadores es dado por el tipo de motor escogido, en este diseño se escogieron motores Nema 17 para todas las articulaciones debido a que son económicos y compactos, estos motores tienen una masa de 0,44 kg [10], la fuerza resultante se muestra a continuación:

$$F_{m1} = F_{m2} = F_{m3} = F_{m4} = F_{m5} = F_{m6} = F_{m7} = 0,44kg \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} = 4,316N \quad (67)$$

De manera que se procede a hacer una suma de momentos en los puntos M, C y H, en esta suma solo se consideran las fuerzas que actúan hacia la derecha del punto puesto que esta es la fuerza que los dos actuadores anteriores a cada punto van a tener que igualar.

$$SUMAM_M = ((0,71331 - 0,640)m \cdot 4,316N) = 0,3164Nm = T_6 = T_5 \quad (68)$$

$$\begin{aligned}
SUMAM_C = & ((0,43608 - 0,320)m \cdot 0,7553N) + ((0,45457 - 0,320)m \\
& \cdot 4,316N) + ((0,54757 - 0,320)m \cdot 4,316N) + ((0,640 - 0,320)m \\
& \cdot 0,5665N) + ((0,71331 - 0,320)m \cdot 4,316N) = 3,5294Nm = T_4 = T_3
\end{aligned} \quad (69)$$

$$\begin{aligned}
SUMAM_H = & (0,10818m \cdot 0,7553N) + (0,13457m \cdot 4,316N) + (0,22757m \\
& \cdot 4,316N) + (0,320m \cdot 0,5665N) + (0,43608m \cdot 0,7553N) + (0,45457m \\
& \cdot 4,316N) + (0,54757m \cdot 4,316N) + (0,640m \cdot 0,5665N) + (0,71331m \\
& \cdot 4,316N) = 9,922Nm = T_2 = T_1
\end{aligned} \quad (70)$$

Con estos resultados se puede ver la inviabilidad de utilizar motores Nema 17 en la estructura con la que el manipulador fue diseñado, esto se hace evidente al revisar el torque que pueden proveer los motores el cual tiene un valor máximo de 0,6 Nm [10]. Se podría pensar en usar motores Nema de referencias que brinden más potencia al sistema por ejemplo se podría utilizar un Nema 34M como actuador en las articulaciones 5 y 6, el cual provee un torque máximo de 4,5 Nm [12], pero este motor tiene una masa de 3,05 kg [12] lo que generaría un aumento vertiginoso en el torque de los actuadores 3 y 4 llevándolos a valores aproximados de 34 Nm, la implementación de motores Nema en este diseño es simplemente imposible.

Por otro lado existe un tipo de actuadores especializados para robótica que si bien son mucho más costosos que los Nema cumplen con todos los requerimientos para ser funcionales en el diseño, estos son los actuadores Dynamixel, fabricados por la empresa coreana Robotis, son una de las series de servomotores más populares en el mundo de la robótica gracias a su gran precisión, sistema de sensores integrados y rangos de potencia.

Como demostración se cambia el actuador utilizado en la articulación 7 por el Dynamixel AX-12W con el propósito de comparar el desempeño de los dos tipos de actuadores, posteriormente se cambiarán los demás actuadores para suplir a las nuevas demandas. El AX-12W posee una masa de 52,9 g y un torque máximo de 1,3 Nm [13] lo que ya supera las especificaciones del Nema 17; con estos nuevos datos se procede a calcular de nuevo la fuerza F_{m7} como se muestra a continuación:

$$F_{m7} = 0,0529kg \cdot 9,81m/s^2 = 0,5189N \quad (71)$$

Entonces se tiene que:

$$SUMAM_M = ((0,71331 - 0,640)m \cdot 4,316N) = 0,03804Nm = T_6 = T_5 \quad (72)$$

Para estos de valores de torque el mismo actuador AX-12W es más que suficiente para las articulaciones 5 y 6, a continuación se calculan las nuevas fuerzas y torques:

$$F_{m5} = F_{m6} = F_{m7} = 0,5189N \quad (73)$$

$$\begin{aligned} SUMAM_C = & ((0,43608 - 0,320)m \cdot 0,5665N) + ((0,45457 - 0,320)m \\ & \cdot 0,5189N) + ((0,54757 - 0,320)m \cdot 0,5189N) + ((0,640 - 0,320)m \\ & \cdot 0,5665N) + ((0,71331 - 0,320)m \cdot 0,5189N) = 0,6390Nm = T_4 = T_3 \end{aligned} \quad (74)$$

El torque que provee el AX-12W sigue siendo suficiente para estos torques, por lo que se ubican dos más en las articulaciones 3 y 4 y se procede a calcular los nuevos torques.

$$F_{m3} = F_{m4} = F_{m7} = 0,6609N \quad (75)$$

$$\begin{aligned} SUMAM_H = & (0,10818m \cdot 0,7553N) + (0,13457m \cdot 0,5189N) + (0,22757m \\ & \cdot 0,5189N) + (0,320m \cdot 0,5665N) + (0,43608m \cdot 0,7553N) + (0,45457m \\ & \cdot 0,5189N) + (0,54757m \cdot 0,5189N) + (0,640m \cdot 0,5665N) + (0,71331m \\ & \cdot 0,5189N) = 2,0329Nm = T_2 = T_1 \end{aligned} \quad (76)$$

Para las articulaciones 1 y 2 se necesitan actuadores un poco más poderosos, el Dynamixel RX-28 es adecuado para manejar estas fuerzas dado que el torque que puede ofrecer varía desde 2, hasta 3,1 Nm y tiene una masa de 72 g [14].

5. SIMULACIONES

5.1. INTRODUCCIÓN

Con el fin de validar los estudios cinemáticos realizados en el Capítulo 2 se llevan a cabo una serie de simulaciones utilizando el modelo desarrollado en el Capítulo 3, la trayectoria usada para validar la cinemática directa fue una trayectoria típica de recolección y deposición de un objeto, la cual también fue usada para validar la cinemática inversa además de una simulación que muestra como el manipulador puede mantener la herramienta final en la misma posición usando diferentes orientaciones de sus articulaciones, la validación mencionada se encuentra en el Capítulo 4 y da solución al objetivo específico número cuatro.

5.2. VALIDACIÓN DE LA CINEMÁTICA DIRECTA

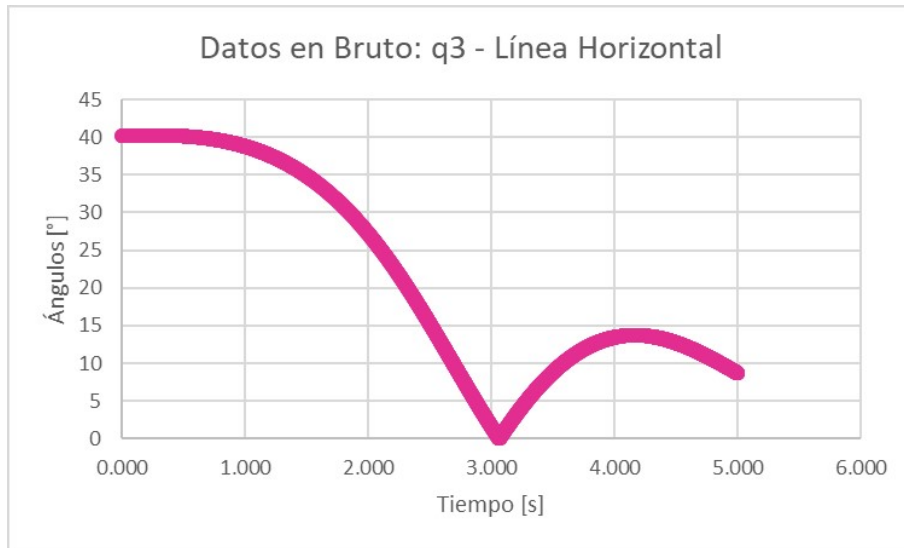
Para la validación de la cinemática directa se utiliza la herramienta computacional Solidworks, específicamente el módulo de análisis de movimiento, en esta interfaz es posible hacer que el punto final del manipulador, Punto **P**, siga una trayectoria determinada, los movimientos de las articulaciones son calculados por el solucionador interno de Solidworks de manera que el modelo pueda cumplir con la trayectoria especificada, son estos ángulos los que se extraen de esta simulación para verificar la cinemática directa presentada en el Capítulo 2.

5.2.1. TRATAMIENTO DE LOS DATOS EXTRAÍDOS

La herramienta de medición de Solidworks tiene una particularidad, solo mide valores entre 0 y 180 grados sin importar la dirección de rotación, esto plantea un problema ya que las articulaciones no tienen ninguna restricción en su sentido de rotación que asegure que siempre sea positivo de acuerdo a la configuración de los marcos de referencia definidos en el Capítulo 1; esta restricción no se coloca ya que causa problemas durante las simulaciones, por lo que la mejor opción es hacer un tratamiento de los datos una vez extraídos.

En la Figura 22 se muestra la gráfica realizada en Excel de los datos en bruto arrojados por Solidworks al realizar una de las simulaciones, cerca al segundo 3 se nota un punto de pivote en el que el ángulo llega a cero y de repente aumenta

Figura 22: Datos en bruto para uno de los ángulos en la primera simulación

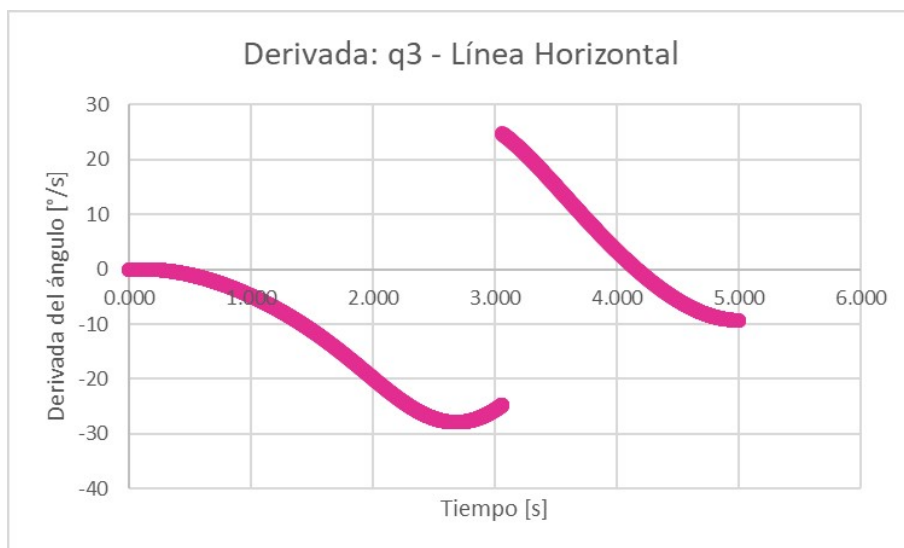


causando un pico, la razón de este comportamiento es que la articulación comienza en un cuadrante con respecto a su marco de referencia y se acerca a cero pasando a el siguiente cuadrante donde su signo debería cambiar, pero como fue mencionado anteriormente Solidworks no computa ángulos negativos.

Para solucionar este problema se utiliza la derivada numérica de el ángulo dada por:

$$f'_{x_0} = \frac{f_{x_0+h} - f_{x_0}}{h} \quad (77)$$

Figura 23: Derivada numérica de uno de los ángulos en la primera simulación

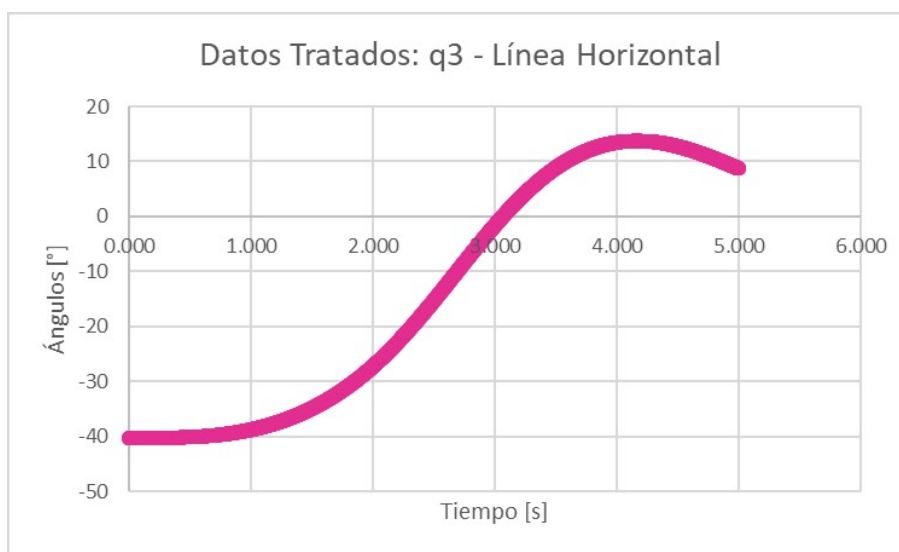


El cálculo de la derivada proporciona información acerca de los puntos de inflexión

de la gráfica y muestra una discontinuidad en los puntos que se cruza el cuadrante y los ángulos deben cambiar de signo, esta información también previene cometer errores si la articulación se acerca a cero y luego se devuelve realmente, punto que puede ser bastante similar al que causa la discontinuidad a simple vista. La derivada numérica de los datos en la Figura 22 es presentada en la Figura 23 donde se puede ver la discontinuidad creada cerca al segundo 3.

Para finalizar el tratamiento de los datos se tuvo que observar el movimiento de las articulaciones y determinar el signo del valor inicial puesto que el modelo matemático solo acepta los valores con respecto a marcos de referencia ya definidos. Con este toque final los datos están listos para ser ingresados en la siguiente simulación, en la Figura 4-3 se presentan la forma final de la curva para el ejemplo que se ha tratado en esta sección. Las hojas de cálculo con los datos, sus gráficas y tratamientos puede ser encontrados en los anexos.

Figura 24: Curva final de uno de los ángulos en la primera simulación



5.2.2. TRAYECTORIAS

La primera simulación a presentar para validar la cinemática directa es una línea vertical, esta trayectoria es simple y refleja la capacidad del manipulador de trabajar en el lado positivo del eje X y del eje Z, en la Figura 25 se presenta el modelo del manipulador en Solidworks en la posición inicial de la simulación, en ella se puede ver la línea a recorrer, los ángulos y su tratamiento pueden ser encontrados en los anexos al igual que el código de Matlab que produce el modelo simplificado del manipulador que se muestra en la Figura 26 y un video de la trayectoria y movimiento del mismo.

Figura 25: Posición inicial del manipulador

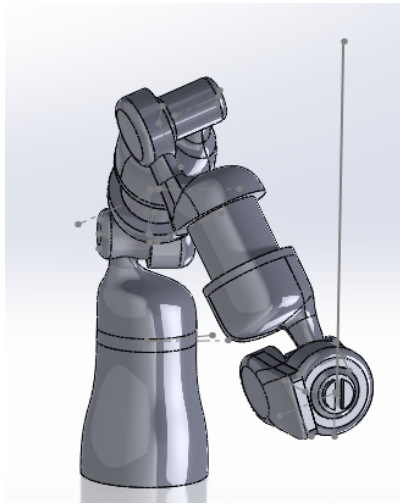


Figura 26: Posición final del manipulador

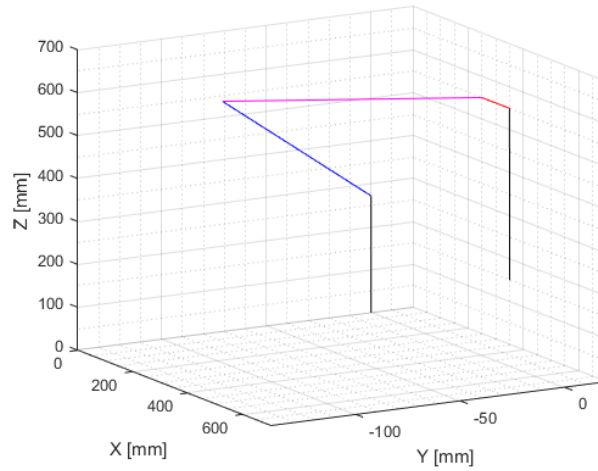


Figura 27: Posición inicial del manipulador

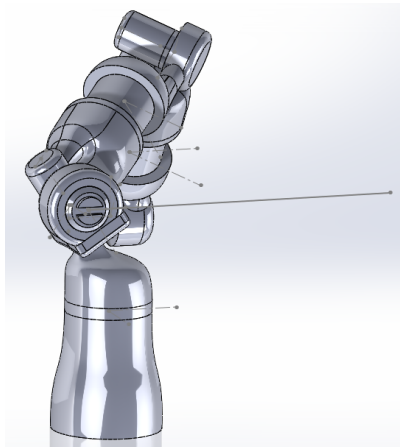
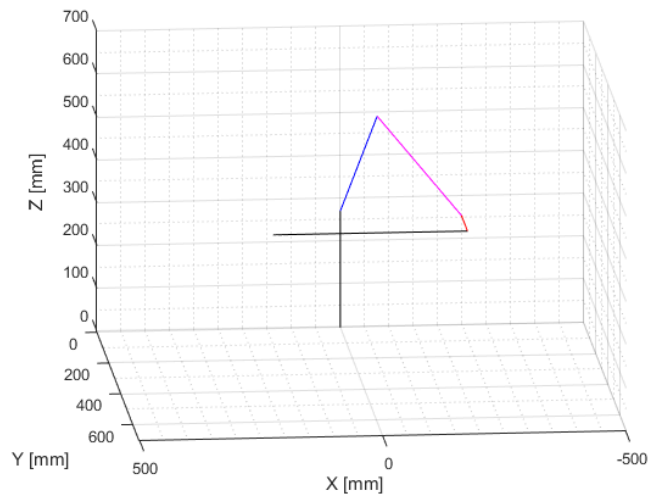


Figura 28: Posición final del manipulador



En las Figuras 26, 28 y 30 se muestra una versión simplificada del manipulador análoga a la presentada en la figura 7 en el Capítulo 1, la línea negra ubicada en origen corresponde a la longitud d_1 , la línea de color azul que se conecta a ella corresponde a la longitud d_2 y el punto de intersección de las dos corresponde al punto H, de la misma manera la línea magenta corresponde a d_3 y la línea roja a d_4 y su respectivo punto de intersección corresponde al punto M, finalmente el punto C está ubicado en la intersección de las línea magenta y azul. La trayectoria que recorre el punto P.

En las Figuras 27 y 28 se pueden ver las posiciones inicial y final del manipulador recorriendo una trayectoria horizontal, respectivamente y en las Figuras 29 y 30 se

Figura 29: Posición inicial del manipulador

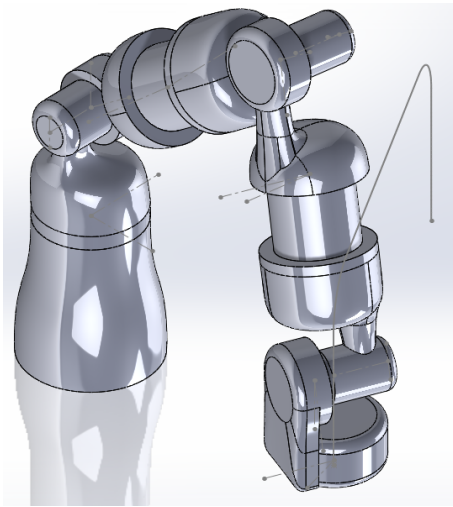
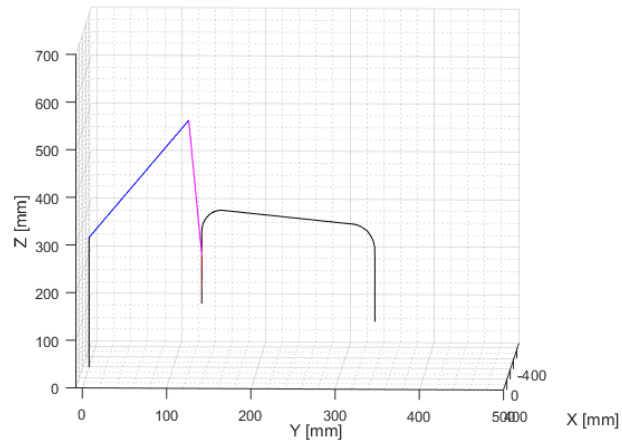


Figura 30: Posición final del manipulador



pueden ver las mismas posiciones pero siguiendo una trayectoria compuesta por dos curva y tres rectas.

Estas tres trayectorias son relevante para el manipulador en cuanto son basadas en tareas que los manipuladores seriales deben desempeñar comúnmente en la industria, las trayectorias horizontal y vertical bien pueden ser trayectorias de cordones de soldadura, de pintura o de corte mientras que la tercera trayectoria, más compleja que las dos anteriores, hace referencia a las tareas de recolección y colocación (Pick and Place) en donde la herramienta terminal del manipulador toma un objeto y lo traslada a otro lugar, cambiando o no su orientación. Estas tareas si bien son generadas por necesidades de la industria también pueden ser útiles como prueba de la asistencia del manipulador a una persona, la línea vertical puede representar el trayecto necesario para asistir a una persona a levantarse o levantar algún objeto, la línea horizontal podría simbolizar la asistencia continua del manipulador durante el desplazamiento de una persona o el desplazamiento de algún objeto y por supuesto la trayectoria de recolección y colocación puede ser usada para la mayoría de objetos que una persona necesita mover en la vida diaria.

5.2.3. ERROR

En las figuras 31 a la 35 se muestran los errores absolutos hallados entre la trayectoria del punto P arrojada por la cinemática directa y la trayectoria extraída de la simulación en Solidworks.

Figura 31: Error absoluto de la trayectoria del punto P en el eje Z durante la simulación Vertical

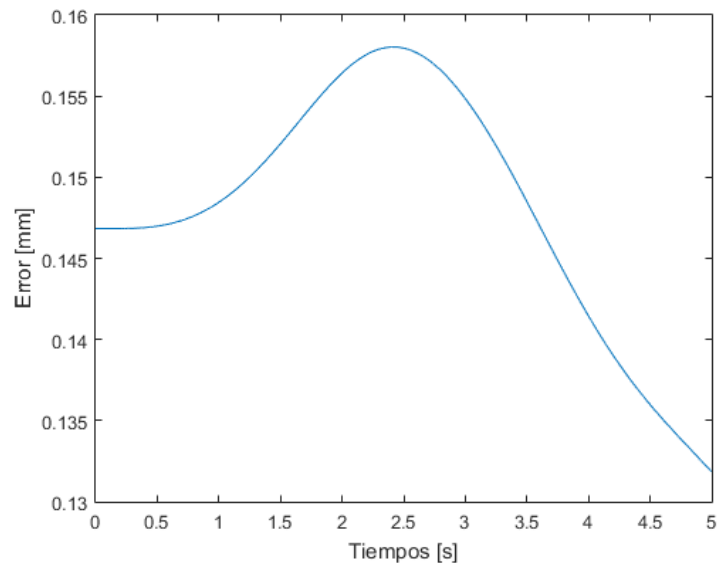


Figura 32: Error absoluto de la trayectoria del punto P en el eje X durante la simulación Horizontal

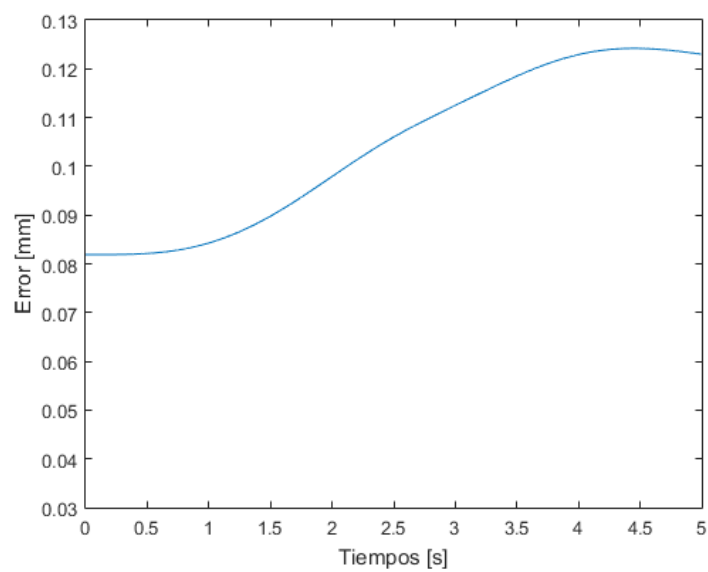
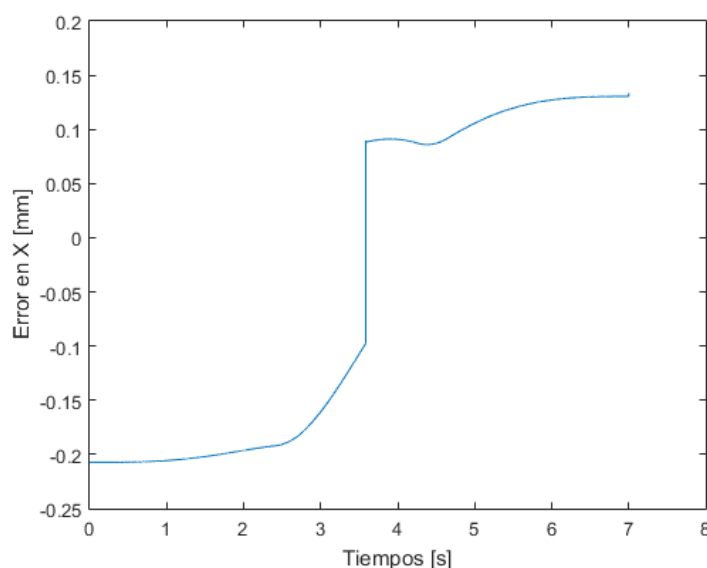


Figura 33: Error absoluto de la trayectoria del punto P en el eje X durante la simulación Recolección y Colocación



El punto máximo de la gráfica mostrada en la Figura 31, y por ende el error máximo, es de 0,158 mm, considerando que la simulación en Solidworks no sigue de manera perfecta la trayectoria dada se puede decir que el resultado es satisfactorio.

En la Figura 32 el error máximo tiene un valor de 0,1242 con lo cual se puede garantizar el correcto funcionamiento del modelo en los puntos recorridos durante esta simulación.

En las dos primeras simulaciones la trayectoria a seguir solo se mueve en un eje coordenado, en la Horizontal a lo largo del eje X y en la Vertical a lo largo del eje Z, es por esto que se decidió solo analizar las coordenadas del punto P en estos ejes, sin embargo en la simulación de recolección y colocación el punto se desplaza a lo largo de los 3 ejes coordenados por lo que es necesario calcular el error en cada coordenada por separado.

En la Figura 33 se pueden ver los valores del error para la coordenada X del punto P durante el desplazamiento en la trayectoria de recolección y colocación, el error máximo es de 0,2072, en su valor absoluto, aunque esto es un poco más alto que en las simulaciones anteriores sigue siendo un resultado satisfactorio, teniendo en cuenta que los datos proporcionados por Solidworks no son tan precisos como los generados por el modelo matemático.

En la Figura 34 se puede ver que el error máximo, en su valor absoluto, es de 0,1768, menor que en la anterior, más cercano a las dos simulaciones anteriores.

Figura 34: Error absoluto de la trayectoria del punto P en el eje Y durante la simulación Recolección y Colocación

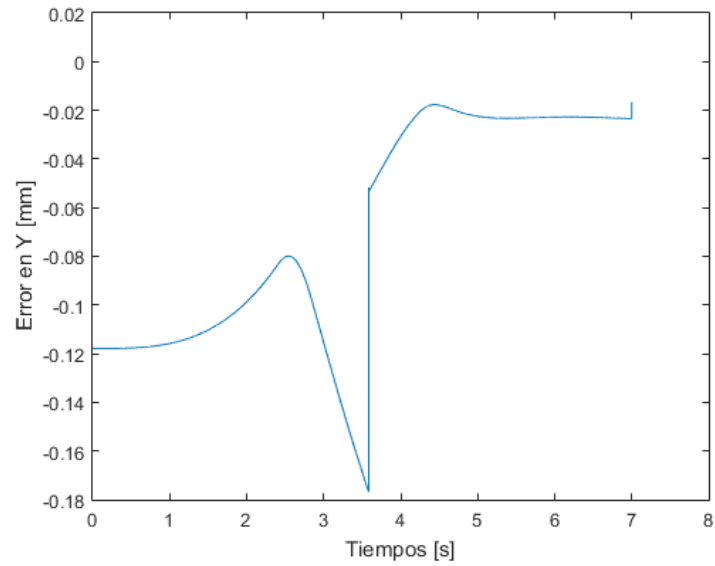
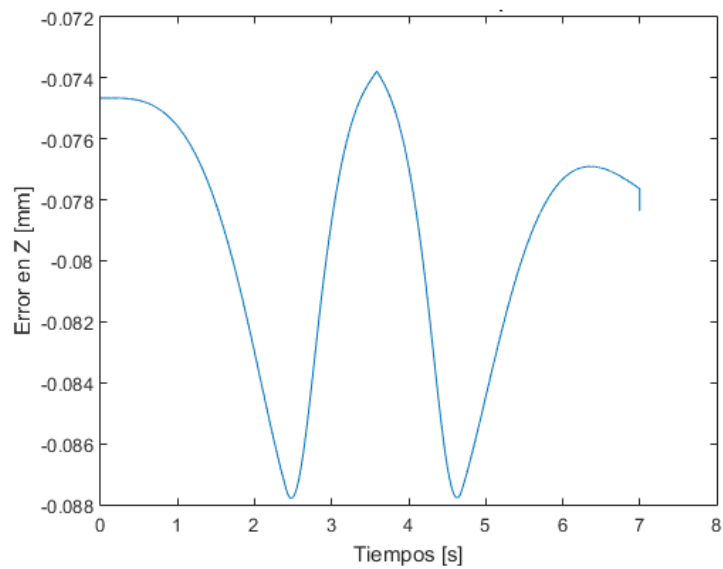


Figura 35: Error absoluto de la trayectoria del punto P en el eje Z durante la simulación Recolección y Colocación



Finalmente en la Figura 35 se puede ver que el error en el eje Z es el menor error encontrado no solo en la simulación de recolección y colocación sino de todas las simulaciones, teniendo un valor absoluto de 0,08766 haciéndola la trayectoria más exacta hasta el momento.

5.3. VALIDACIÓN DE LA CINEMÁTICA INVERSA

En la sección anterior se validó exitosamente la cinemática directa propuesta en el Capítulo 2, por lo tanto esta herramienta es más que suficiente para validar la cinemática inversa, en esta sección se presentan las mismas trayectorias generadas y recorridas por el modelo en Solidworks y el modelo simplificado en Matlab generadas esta vez por la cinemática directa, en estas el ángulo del brazo es determinado y se verá un comportamiento deliberado del mismo.

5.3.1. TRAYECTORIAS

La primera trayectoria es la línea vertical, para esta trayectoria se propuso un ángulo del brazo inicial de 100° el cual cambia a medida que se avanza en la trayectoria llegando a un valor de -100° al final del recorrido, las posiciones inicial y final descritas se encuentran ilustradas en las Figuras 26 y 37.

En la segunda simulación se recorre la trayectoria horizontal de manera que el ángulo del brazo varía desde un valor de 110° al inicio del desplazamiento y un valor de -110° al final, estas posiciones se muestran en las Figuras 38 y 39.

Por último se simula la trayectoria de recolección y colocación, para esta se decidió mantener el brazo fuera del camino recorrido por el punto P, definiendo un ángulo de brazo de -50° durante el primer ascenso el cual cambia durante el trayecto hasta el descenso final donde tiene un valor de 50° , estas posiciones pueden ser apreciadas en las Figuras 4-17 y 4-18.

Los archivos de las simulaciones así como videos de las mismas pueden ser encontrados en los anexos.

Figura 36: Posición Inicial De La Simulación Inversa Vertical

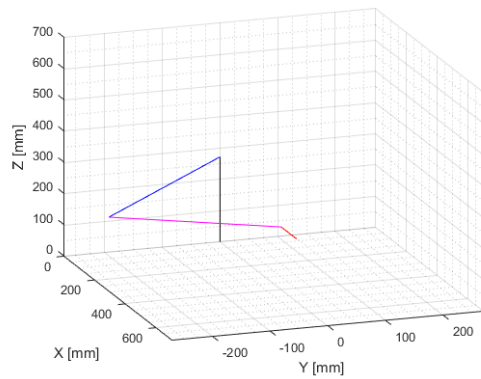


Figura 37: Posición Final De La Simulación Inversa Vertical

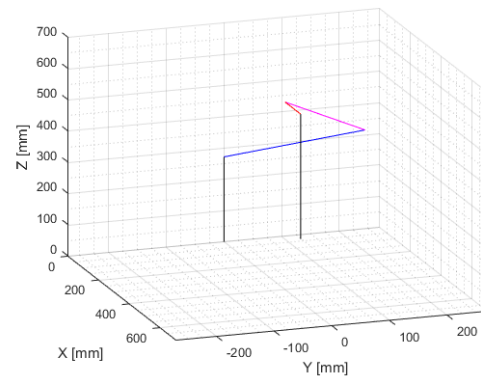


Figura 38: Posición Inicial De La Simulación Inversa Horizontal

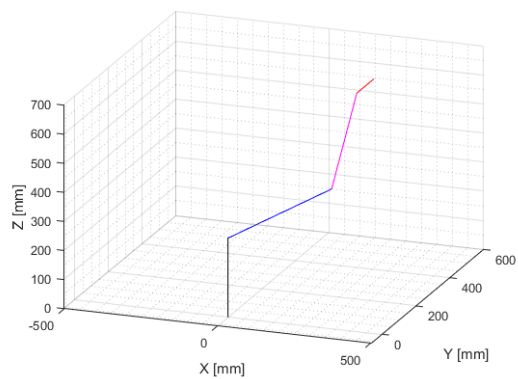


Figura 39: Posición Final De La Simulación Inversa Horizontal

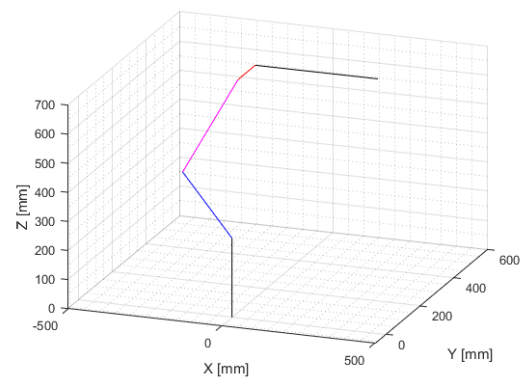


Figura 40: Posición Inicial De La Simulación Inversa de Recolección y Colocación

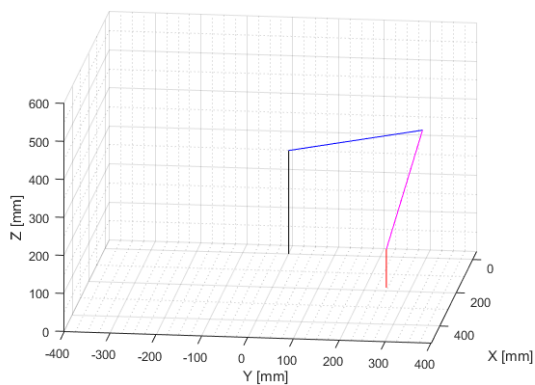


Figura 41: Posición Inicial De La Simulación Inversa de Recolección y Colocación

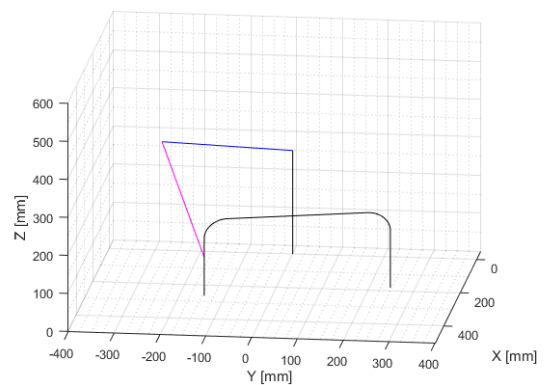
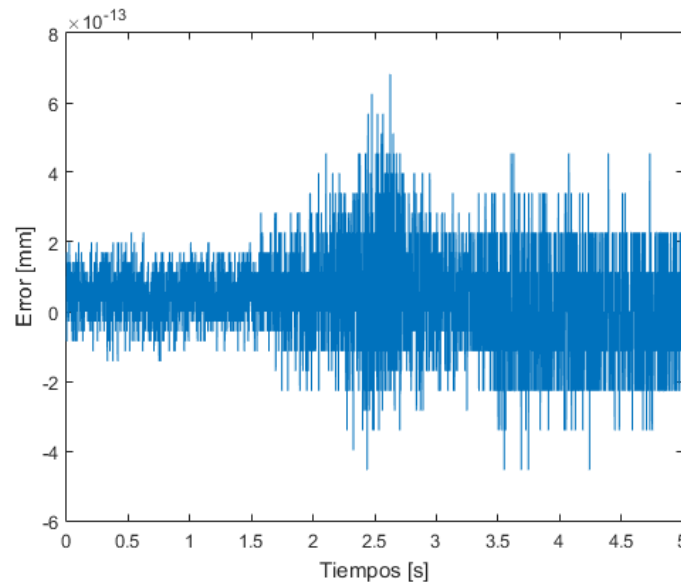


Figura 42: Error absoluto en la simulación Vertical



5.3.2. ERROR

Para calcular el error en cada una de las simulaciones se utilizaron los datos de la trayectoria extraídos de Solidworks, estos puntos son los que sirven como dato de entrada en la cinemática inversa, contrastados con los datos que la cinemática directa arroja de acuerdo a los ángulos calculados, en la Figura 42 se muestra en error generado en la simulación inversa vertical.

Como se puede ver el error es insignificante, siendo del orden de 10^{-13} , a diferencia de los valores de la simulación directa que estaban dados en centesimas de milimetro.

La figura 43 ilustra el error en la simulación Horizontal, de nuevo los errores están en el orden de 10^{-13} , esto se debe a que los valores pasan por dos modelos matemáticos dedicados a el movimiento del manipulador a diferencia del calculador general de Solidworks.

Es evidente que en la siguiente trayectoria, Recolección y Colocación, tendrá errores similares a las anteriores, por esto se agrupan las gráficas de los errores en X, Y y Z en vez de presentar 1 a la vez, estas son las Figuras 44, 45 y 46

De acuerdo a estos resultados es correcto decir que la cinemática inversa propuesta en el Capítulo 2 es válida.

Figura 43: Error absoluto en la simulación Horizontal

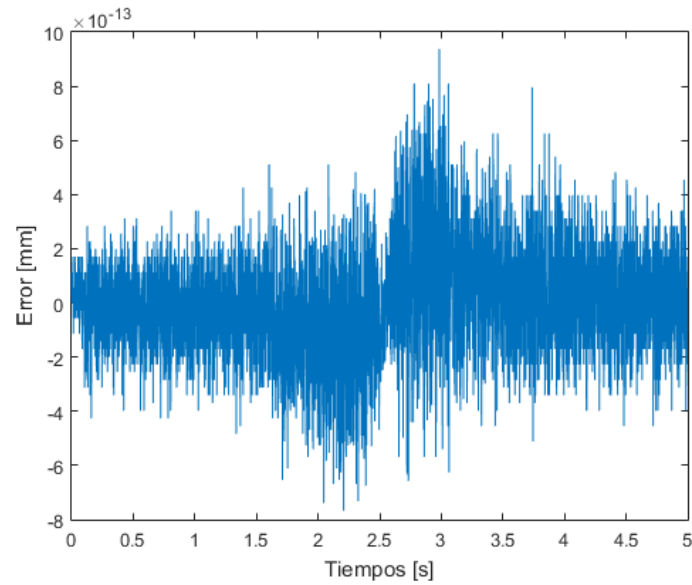


Figura 44: Error absoluto en el eje X en la simulación Recolección y Colocación

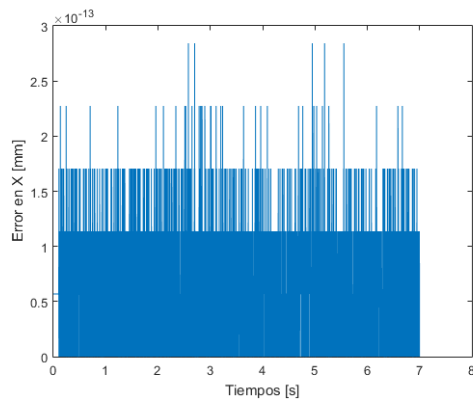


Figura 45: Error absoluto en el eje Y en la simulación Recolección y Colocación

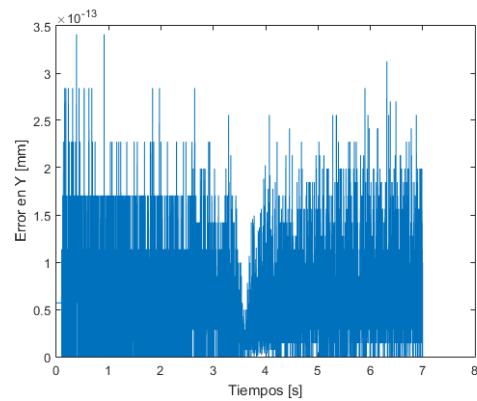
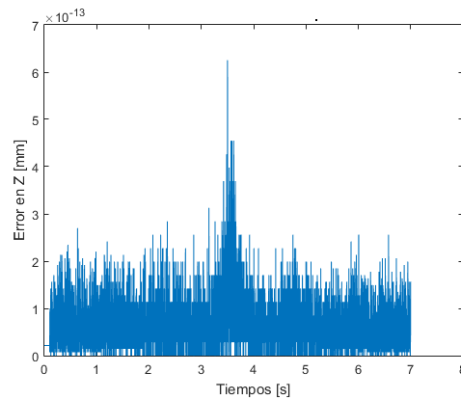


Figura 46: Error absoluto en el eje Z en la simulación Recolección y Colocación



6. CONCLUSIONES, APORTES Y RECOMENDACIONES

6.1. CONCLUSIONES

La morfología de los manipuladores de siete grados de libertad en general es bastante similar a través de las diferentes industrias, esto es evidencia de que la configuración de juntas es bastante útil y versátil.

La adición de un grado de libertad redundante a un manipulador serial hace que el proceso de planificación de trayectorias se vuelva más complicado. Aún cuando el manipulador redundante tenga ventajas como evasión de singularidades y la posibilidad de movimientos propios debe considerarse si estas son necesarias pues el gasto computacional se hace más grande y puede que las características descritas no sean necesarias para toda aplicación.

La utilización de motores Nema 17 en un manipulador de siete grados de libertad fue probada imposible dado que no pueden generar el suficiente torque para levantarse a sí mismos en las posiciones indicadas durante el diseño, la implementación de mejores actuadores se hace necesaria para construir el manipulador.

Los datos generados por el calculador de Solidworks son datos aproximados basados en un rango de tolerancia de falla, producto de un algoritmo numérico que resuelve las ecuaciones que el arreglo de movimientos de la simulación le presente, esta es la razón de que exista una diferencia en cierta medida grande entre los datos de la trayectoria arrojados por la cinemática directa y los calculados por Solidworks, por lo que es siempre más recomendable utilizar un modelo matemático dedicado a el movimiento de los cuerpos a analizar.

6.2. APORTES

- Se definieron precedentes y restricciones geométricas para el funcionamiento del manipulador basadas en las posibles aplicaciones del manipulador en el área industrial y como candidato a interacción Robot-Humano.
- Se definieron modelos matemáticos para hallar la cinemática directa e inversa del manipulador, basados en la posición angular de las articulaciones.

- Se realizó un diseño del manipulador enfocado en la utilización de motores paso a paso y piezas impresas en 3D.
- Utilizando el prototipo virtual construido en el programa Solidworks se validaron los modelos cinemáticos propuestos.

6.3. RECOMENDACIONES

Aunque Solidworks sea un herramienta realmente poderosa, su propósito es general y por ende carece de características especializadas para controlar manipuladores seriales, esta particularidad añadió un grado de dificultad durante la extracción de datos en las simulaciones e imposibilita la adición de datos calculados con los modelos matemáticos, por esto se recomienda utilizar programas especializados cuando se vaya a trabajar con manipuladores de configuración compleja.

Dado que fue hallado que los motores Nema 17 no son adecuados para esta aplicación se proponen diferentes actuadores que estarían a la altura de la tarea, estos actuadores tienen ligeros cambios en las dimensiones con respecto a los usados aquí por lo que se recomienda hacer una revisión de las piezas que los sostienen y cambiar las dimensiones pertinentes.

Dada la naturaleza de las funciones trigonométricas inversas la cinemática inversa requiere de correcciones dependiendo de el cuadrante en el que se encuentre el ángulo de la articulación, se recomienda tener esto en cuenta a la hora de ingresar trayectorias en los anexos.

Tomando como base los logros de este proyecto de grado se propone que se estudien las singularidades y limitaciones de los ángulos directores así como el estudio dinámico del manipulador de manera que se pueda caracterizar el área de trabajo real del manipulador tarea que está más allá del alcance de este trabajo. Basado en ese desarrollo se podrían generar trayectorias con diferentes limitaciones geométricas en el área de trabajo lo cual es el fundamento de la evasión de obstáculos.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] S. Haddadin, *Towards Safe Robots*, Vol. 90. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2014.
- [2] “Automatización en las empresas colombianas en el 2020 según Deloitte,” 2017. [Online]. Disponible: <https://www.dinero.com/emprendimiento/articulo/automatizacion-en-las-empresas-colombianas-en-el-2020-segun-deloitte/242846>. [Accessed: 03-Aug-2018].
- [3] International Federation of Robotics, “How robots conquer industry worldwide,” IFR Forecast 1.7 million new Robot. to Transform worlds factories by 2020, no. September, p. 25, 2017.
- [4] Tokyo Robotics, “Torobo Arm,” 2018. [Online]. Disponible: http://robotics.tokyo/products/torobo_arm/.
- [5] ABB Robotics, “Single-arm YuMi,” Zürich, Suiza 2018. [Online]. Disponible: <https://new.abb.com/products/robotics/industrial-robots/irb-14050-single-arm-yumi>
- [6] KUKA Roboter, “KUKA LBR iiwa Specifications,” Augsburg, Alemania, 2016.[Online]. Disponible: https://www.kuka.com/-/media/kuka-downloads/imported/48ec812b1b2947898ac2598aff70abc0/spez_lbr_iiwa_en.pdf
- [7] B. Siciliano, L. Sciavicco, L. Villani, and G. Oriolo, *Robotics: Modelling, Planning and Control*. Springer, 2009.
- [8] D. G. Ullman, *The Mechanical Design Process*, 4th ed. McGraw-Hill Higher Education, 2010.
- [9] W. A. Galvão, D. Veiga, J. M. Gutierrez, S. Da Costa, and J. M. Mateus Martins, “Dynamic Modelling of the Compliant KUKA-DLR Lightweight Robot,” 2014.
- [10] M. Shimizu, H. Kakuya, W. K. Yoon, K. Kitagaki, and K. Kosuge, “Analytical inverse kinematic computation for 7-DOF redundant manipulators with joint limits and its application to redundancy resolution,” *IEEE Trans. Robot.*, Vol. 24, no. 5, pp. 1131–1142, 2008.

- [11] C. Faria, F. Ferreira, W. Erhagen, S. Monteiro, and E. Bicho, “*Position-based kinematics for 7-DoF serial manipulators with global configuration control, joint limit and singularity avoidance*,” *Mech. Mach. Theory*, Vol. 121, pp. 317–334, 2018.
- [12] SERVOTRONIX, “*stepIM Integrated Closed Loop Stepper Motor Datasheet: NEMA 17, NEMA 23, NEMA 34*,” Petach Tikva, 2019.
- [13] ROBOTIS, “*eManual: AX-12W*,” 2018. [Online]. Disponible: <http://emanual.robotis.com/docs/en/dxl/ax/ax-12w/>. [Accessed: 02-Mar-2019].
- [14] ROBOTIS, “*eManual: RX-28*,” 2018. [Online]. Disponible: <http://emanual.robotis.com/docs/en/dxl/rx/rx-28/>. [Accessed: 02-Mar-2019].
- [15] J. Medina Chaverria, “*Desarrollo de un manipulador didáctico con una cadena cinemática abierta de 6 grados de libertad*,” Universidad Tecnológica de Pereira, 2016.